

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

11/02/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Data la funzione  $y = \arcsin(x + 1)$ , determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se esiste  $g'(\frac{\pi}{6})$ .

- 2) Data la funzione

$$F(x) = \int_2^x \frac{e^{\frac{t-2}{t}}}{t^2} dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme ove è di classe  $C^1$  e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti e l'estremo superiore e inferiore della funzione.

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}} & (x, y) \neq (1, 1) \\ 0 & (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

dimostrare che non è continua in  $(1, 1)$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}(1, 1)$ .

- 4) Calcolare

$$\iint_D |y - |x|| dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4; y \geq x\}$ .

- 5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{e^{3y}-e^6}}{e^{3y}} \cos^3 x \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

- 6) Dimostrare che ogni forma differenziale esatta in un campo connesso è chiusa. Dare la definizione di massimo e minimo relativo e assoluto per una funzione di una variabile.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

11/02/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Data la funzione  $y = \arctan(x - 1)$ , determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se esiste  $g'(\frac{\pi}{3})$ .

- 2) Data la funzione

$$F(x) = \int_{-1}^x -\frac{e^{\frac{t-1}{t}}}{t^2} dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme ove è di classe  $C^1$  e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti e l'estremo superiore e inferiore della funzione.

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{|x-2|}}{(x-2)^2 + (y-2)^2} & (x, y) \neq (2, 2) \\ 0 & (x, y) = (2, 2) \end{cases}$$

dimostrare che non è continua in  $(2, 2)$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}(2, 2)$ .

- 4) Calcolare

$$\iint_D |y + |x|| dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9; y \leq -x\}$ .

- 5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{e^{-y}-e}}{e^{-y}} \sin^3 x \\ y(\frac{\pi}{2}) = -1 \end{cases}$$

- 6) Sia data  $z = f(x, y) : A \rightarrow \mathbb{R}$  dimostrare che se  $f(x, y)$  è differenziabile in  $A$  allora è ivi continua.

Dare la definizione di curva regolare nel piano. Dare le condizioni affinché il grafico di una funzione sia una curva regolare e dimostrare che lo è in tali ipotesi.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

11/02/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo C

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Data la funzione  $y = \arcsin(x - 1)$ , determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se esiste  $g'(0)$ .

- 2) Data la funzione

$$F(x) = \int_3^x -\frac{e^{\frac{3-t}{t}}}{t^2} dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme ove è di classe  $C^1$  e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti e l'estremo superiore e inferiore della funzione.

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-3}{\sqrt{(x-3)^2+(y-3)^2}} & (x, y) \neq (3, 3) \\ 0 & (x, y) = (3, 3) \end{cases}$$

dimostrare che non è continua in  $(3, 3)$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}(3, 3)$ .

- 4) Calcolare

$$\iint_D |y - |x|| dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9; y \geq -x\}$ .

- 5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{e^{2y}-e}}{e^{2y}} \cos^3\left(\frac{x}{2}\right) \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- 6) Enunciare e dimostrare la proprietà di indipendenza dal cammino dell'integrale curvilineo di una forma differenziale esatta.

Dare la definizione di serie e del carattere di una serie.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

11/02/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo D

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Data la funzione  $y = \arctan(x + 1)$ , determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se esiste  $g'(\frac{\pi}{4})$ .

- 2) Data la funzione

$$F(x) = \int_{-\frac{1}{3}}^x \frac{e^{\frac{1+3t}{3t}}}{t^2} dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme ove è di classe  $C^1$  e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti e l'estremo superiore e inferiore della funzione.

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{|x-1|}}{(x-1)^2 + (y-1)^2} & (x, y) \neq (1, 1) \\ 0 & (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

dimostrare che non è continua in  $(1, 1)$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste  $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}(1, 1)$ .

- 4) Calcolare

$$\iint_D |y + |x|| dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4; y \leq x\}$ .

- 5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{e^{-y}-e^2}}{e^{-y}} \operatorname{sen}^3\left(\frac{x}{2}\right) \\ y(\pi) = -2 \end{cases}$$

- 6) Enunciare e dimostrare il teorema della divergenza nel piano.

Dare la definizione di funzione derivabile in un punto per una funzione di una variabile.