

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

08/09/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Studiare al variare di  $a$  e  $b$  in  $\mathbb{R}$  continuità e derivabilità in  $x = 1$  della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{|x-1|^b} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$$

2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^8(1+x-|x|)^n.$$

3) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{2xe^y}{x^2+y} dx + \left( e^y \ln(x^2+y) + \frac{e^y}{x^2+y} \right) dy,$$

stabilire se è esatta nel suo insieme di definizione e in caso affermativo determinarne le primitive. Calcolare  $\int_{\gamma} \omega$ , dove  $\gamma$  è l'arco di circonferenza

$$\gamma(t) : \begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \end{cases} \quad t \in [0, \pi].$$

4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D |x| \ln(x^2 + y^2) dx dy$$

ove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq x\}$ .

5) Determinare l'integrale generale della seguente equazione al variare di  $k \in \mathbb{R}$ :

$$ky'' - 2y' = x.$$

6) Dare la definizione di funzione derivabile direzionalmente in un punto.

Enunciare il teorema sulle derivabilità direzionale.

Relazione tra derivabilità direzionale e derivabilità parziale.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

08/09/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $a$  e  $b$  in  $\mathbb{R}$  continuità e derivabilità in  $x = 1$  della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x-4}{|x-1|^b} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$$

- 2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n (|x| - x - 3)^n.$$

- 3) Data la forma differenziale

$$\omega = \left( e^x \ln(y + x^3) + \frac{3x^2 e^x}{y + x^3} \right) dx + \frac{e^x}{y + x^3} dy,$$

stabilire se è esatta nel suo insieme di definizione e in caso affermativo determinarne le primitive. Calcolare  $\int_{\gamma} \omega$ , dove  $\gamma$  è l'arco di circonferenza

$$\gamma(t) : \begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \end{cases} \quad t \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right].$$

- 4) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D |x| \ln((x^2 + y^2)^6) dx dy$$

ove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq x \leq y\}$ .

- 5) Determinare l'integrale generale della seguente equazione al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$\alpha y'' + y' = x + 1.$$

- 6) Dare la definizione di funzione derivabile direzionalmente in un punto.  
Enunciare il teorema sulle derivabilità direzionale.  
Relazione tra derivabilità direzionale e derivabilità parziale.