

ANALISI MATEMATICA:
ING. CIVILE - ING. TRASPORTI

13/1/2009

Prof. G. Dell'Acqua- Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo A

Cognome Nome.....

Matricola.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la successione

$$a_n = \frac{1}{3}n \log^2 n + (e^{\frac{1}{n}} - 1) + 8^n$$

stabilire se, per $n \rightarrow \infty$, è un infinito di ordine superiore alla successione

$$b_n = \log^3 n + (1 + \frac{1}{n^2})^n.$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ b & x = 0 \\ 1 - \cos |x|^\beta & x < 0 \end{cases}$$

studiarne al variare di α, b, β continuità e derivabilità nell'origine. Stabilire per quali valori di α, b, β esiste la tangente alla curva $y = f(x)$ in $x = 0$ e scriverne l'equazione.

3) Calcolare

$$\iint_D |y \sin x| dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; |y| \leq \cos x\}$.

4) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy} - 1}{|xy|^\alpha} & x \neq 0, y \neq 0 \\ 0 & x = 0, y = 0 \end{cases}$$

studiare al variare di α la continuità e, per $\alpha < 1$, la derivabilità direzionale in $(0, 0)$.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} 2y'' + 3y' + y = e^x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

e detta $y(x)$ la sua soluzione dire se è limitata nel suo insieme di definizione.

ANALISI MATEMATICA:
ING. CIVILE- ING. TRASPORTI

13/1/2009

Prof. G. Dell'Acqua- Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo B

Cognome Nome.....

Matricola.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la successione

$$a_n = \frac{1}{4}n^4 \log n + \log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right) + 3^n$$

stabilire se, per $n \rightarrow \infty$, è un infinito di ordine superiore alla successione

$$b_n = \sqrt{n} + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x e^{-t^2} dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ b & x = 0 \\ \log(1 + |x|^\beta) & x < 0 \end{cases}$$

studiarne al variare di α , b , β continuità e derivabilità nell'origine. Stabilire per quali valori di α , b , β esiste la tangente alla curva $y = f(x)$ in $x = 0$ e scriverne l'equazione.

3) Calcolare

$$\iint_D |y \cos x| dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \pi; |y| \leq \sin x\}$.

4) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(xy)}{|xy|^\alpha} & x \neq 0, y \neq 0 \\ 0 & x = 0, y = 0 \end{cases}$$

studiare al variare di α la continuità e, per $\alpha < 2$ la derivabilità direzionale in $(0, 0)$.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' + 3y' = e^x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

e detta $y(x)$ la sua soluzione, dire se è limitata nel suo insieme di definizione.

ANALISI MATEMATICA:
ING. CIVILE - ING. TRASPORTI

13/1/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo C

Cognome Nome.....

Matricola.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la successione

$$a_n = \frac{1}{8}\sqrt{n}(\log n)^2 + \left(\sin \frac{1}{n}\right) + n^n$$

stabilire se, per $n \rightarrow \infty$, è un infinito di ordine superiore alla successione

$$b_n = e^n(n^5 + 1) + \cos \frac{1}{n}.$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1} \cos t^2 dt}{(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ b & x = 1 \\ 1 - \cos |x - 1|^\beta & x < 1 \end{cases}$$

studiarne al variare di α, b, β continuità e derivabilità in $x = 1$. Stabilire per quali valori di α, b, β esiste la tangente alla curva $y = f(x)$ in $x = 1$ e scriverne l'equazione.

3) Calcolare

$$\iint_D |y \sin x| dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; |y| \leq \cos x\}$.

4) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{(x-1)(y-1)} - 1}{|(x-1)(y-1)|^\alpha} & x \neq 1, y \neq 1 \\ 0 & x = 1, y = 1 \end{cases}$$

studiare al variare di α la continuità e, per $\alpha < 1$, la derivabilità direzionale in $(1, 1)$.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} 6y'' + 9y' + 3y = e^x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

e detta $y(x)$ la sua soluzione dire se è limitata nel suo insieme di definizione.

ANALISI MATEMATICA:
ING. CIVILE - ING. TRASPORTI

13/1/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo D

Cognome Nome.....

Matricola.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la successione

$$a_n = \frac{1}{9} \sqrt[3]{n} \log n + \left(1 - \cos \frac{1}{n^7}\right) + n^{n+1}$$

stabilire se, per $n \rightarrow \infty$, è un infinito di ordine superiore alla successione

$$b_n = \sqrt[9]{n} + n^2 \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right).$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1} e^{-t^2} dt}{(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ b & x = 1 \\ \log(1 + |x - 1|^\beta) & x < 1 \end{cases}$$

studiarne al variare di α, b, β continuità e derivabilità in $x = 1$. Stabilire per quali valori di α, b, β esiste la tangente alla curva $y = f(x)$ in $x = 1$ e scriverne l'equazione.

3) Calcolare

$$\iint_D |y \cos x| dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \pi; |y| \leq \sin x\}$.

4) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos((x-1)(y-1))}{|(x-1)(y-1)|^\alpha} & x \neq 1, y \neq 1 \\ 0 & x = 1, y = 1 \end{cases}$$

studiare al variare di α la continuità e, per $\alpha < 2$, la derivabilità direzionale in $(1, 1)$.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} 2y'' + 6y' = e^x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

e detta $y(x)$ la sua soluzione dire se è limitata nel suo insieme di definizione.