ANALISI MATEMATICA
Ingegneria Civile
15/02/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo A

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{t^2}}{t-1}\, dt$$

determinare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli insiemi di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $y = F(x)$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

2) Trovare, se esistono, le soluzioni dell' equazione complessa:

$$z^2 + 3 = 0$$

tali che $Re(z) \geq 2Im(z)$ e disegnarle nel piano complesso.

3) Data la seguente funzione

$$f(x,y) = \frac{\sin(x^2+y^2) - (x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^\alpha}$$

deteminare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'insieme di definizione e disegnarlo per $\alpha \in \mathbb{R}_+$ specificando la sua natura topologica. Per $\alpha \in \mathbb{R}_+$, dire se la funzione è prolungabile per continuità nell'origine. Infine, per $\alpha \in (0,3)$, stabilire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(0,0)$.

4) Calcolare

$$\int\int_D x^2 \arctan(\sqrt{x^2+y^2})\, dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathrm{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 4; y + |x| \geq 0\}$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sqrt[3]{y}}{1+x^2} \\ \\ y(\sqrt{3}) = 0. \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA
Ingegneria Civile
15/02/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo B

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sin^2(t)}{t-3}\, dt$$

deteminare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli insiemi di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $y = F(x)$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

2) Trovare, se esistono, le soluzioni dell' equazione complessa:

$$z^2 + 1 = 0$$

tali che $Re(z) \leq Im(z)$ e disegnarle nel piano complesso.

3) Data la seguente funzione

$$f(x,y) = \frac{e^{(x^2+y^2)} - (x^2+y^2) - 1}{(x^2+y^2)^\alpha}$$

deteminare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'insieme di definizione e disegnarlo per $\alpha \in \mathbb{R}_+$ specificando la sua natura topologica. Per $\alpha \in \mathbb{R}_+$, dire se la funzione è prolungabile per continuità nell'origine. Infine, per $\alpha \in (0,2)$, stabilire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(0,0)$.

4) Calcolare

$$\int\int_D \arcsin(\sqrt{x^2+y^2})\, dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathrm{R}^2 : \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 1; |y| \leq x\}$.

5)Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt[3]{y+1}\dfrac{e^x}{1+e^{2x}} \\ \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA
Ingegneria Civile
15/02/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo C

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{t^2}}{t+1}\ dt$$

determinare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli insiemi di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $y = F(x)$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

2)Trovare, se esistono, le soluzioni dell' equazione complessa:

$$z^2 + 4 = 0$$

tali che $Re(z) \leq 2Im(z)$ e disegnarle nel piano complesso.

3)Data la seguente funzione

$$f(x,y) = \frac{\sin[(x-1)^2 + (y-1)^2] - [(x-1)^2 + (y-1)^2]}{[(x-1)^2 + (y-1)^2]^\alpha}$$

deteminare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'insieme di definizione e disegnarlo per $\alpha \in \mathbb{R}_+$ specificando la sua natura topologica. Per $\alpha \in \mathbb{R}_+$, dire se la funzione è prolungabile per continuità nel punto (1,1). Infine, per $\alpha \in (0,3)$, stabilire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(1,1)$.

4) Calcolare

$$\int\int_D x^2 \arctan(\sqrt{x^2+y^2})\ dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathrm{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; y + |x| \leq 0\}$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt[3]{y+3}\dfrac{\cos(x)}{1+\sin^2(x)} \\ \\ y(\frac{\pi}{2}) = -3. \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA
Ingegneria Civile
15/02/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo D

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sin^2(t)}{t+3}\, dt$$

deteminare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli insiemi di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $y = F(x)$ nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

2)Trovare, se esistono, le soluzioni dell' equazione complessa:

$$z^2 + \frac{1}{2} = 0$$

tali che $Re(z) \geq Im(z)$ e disegnarle nel piano complesso.

3) Data la seguente funzione

$$f(x,y) = \frac{e^{[(x-1)^2+(y-1)^2]} - [(x-1)^2 + (y-1)^2] - 1}{[(x-1)^2 + (y-1)^2]^\alpha}$$

determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'insieme di definizione e disegnarlo per $\alpha \in \mathbb{R}_+$ specificando la sua natura topologica. Per $\alpha \in \mathbb{R}_+$, dire se la funzione è prolungabile per continuità nel punto (1,1). Infine, per $\alpha \in (0,2)$, stabilire per quali direzioni $\overrightarrow{r}$ esiste la derivata direzionale di f in $(1,1)$.

4) Calcolare

$$\int\int_D \arcsin(\sqrt{x^2+y^2})\, dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathrm{R}^2 : \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 1; x \leq |y|\}$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt[5]{2y+1}\dfrac{e^{2x}}{1+e^{4x}} \\ \\ y(0) = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$