ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

07/07/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Date le funzioni

$$y = f(x) = 1 - e^{2x} \qquad \text{e} \qquad u = g(y) = \arcsin y$$

dire se e per quali x esiste la funzione composta $u = g(f(x))$.
Dire se $u = g(f(x))$ ammette asintoto orizzontale per $x \to -\infty$.
Calcolare poi $u'(0)$ usando la definizione.

2) Data la funzione

$$f(x) = \log(1 + \sin(x\sqrt[4]{x})) + \sqrt[3]{x^2}$$

stabilire se per $x \to 0$ è un infinitesimo di ordine superiore a

$$g(x) = x^4 \cot(x^2) + \sqrt[3]{x}$$

3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$y = e^{x-1} \sin(2x)$$

relativamente all'intervallo $[0, \pi]$.

4) Data la funzione in due variabili:

$$f_\alpha(x, y) = \frac{|x|^\alpha \sqrt{2 - x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2}}$$

determinare e disegnare il suo insieme di definizione, stabilendone la natura topologica, al variare del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$.
Fissato $\alpha = 2$, stabilire se la funzione $f_2(x, y)$ è prolungabile per continuità nel punto $(0, 1)$ e in caso affermativo, detta $\tilde{f}_2(x, y)$ il suo prolungamento, stabilire lungo quali direzioni $\tilde{f}_2(x, y)$ è derivabile direzionalmente nel punto $(0, 1)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x \cos x^2 \, \frac{y^2+2y-3}{y+1} \\ \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

07/07/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Date le funzioni

$$y = f(x) = \log(x^2 - 1) \qquad \text{e} \qquad u = g(y) = \arctan y$$

dire se e per quali x esiste la funzione composta $u = g(f(x))$.
Dire se $u = g(f(x))$ ammette asintoto orizzontale per $x \to +\infty$.
Calcolare poi $u'(\sqrt{2})$ usando la definizione.

2) Data la funzione

$$f(x) = 1 - \cos(x^2) + \sqrt[4]{x}$$

stabilire se per $x \to 0$ è un infinitesimo di ordine inferiore a

$$g(x) = e^{\tan(x^2\sqrt{x})} + \sqrt[4]{x^3} - 1$$

3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$y = e^{1-x}\cos(2x)$$

relativamente all'intervallo $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi]$.

4) Data la funzione in due variabili:

$$f_\alpha(x, y) = \frac{|y|^\alpha \sqrt{x^2 + y^2 - 5}}{\sqrt{(x-3)^2 + y^2}}$$

determinare e disegnare il suo insieme di definizione, stabilendone la natura topologica, al variare del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$.
Fissato $\alpha = 2$, stabilire se la funzione $f_2(x, y)$ è prolungabile per continuità nel punto $(3, 0)$ e in caso affermativo, detta $\tilde{f}_2(x, y)$ il suo prolungamento, stabilire lungo quali direzioni $\tilde{f}_2(x, y)$ è derivabile direzionalmente nel punto $(3, 0)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{1+4x^2}\,\frac{y^2-2y-3}{y-1} \\ \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

07/07/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Date le funzioni

$$y = f(x) = e^{2x} \qquad \text{e} \qquad u = g(y) = \arcsin(1 - y)$$

dire se e per quali x esiste la funzione composta $u = g(f(x))$.
Dire se $u = g(f(x))$ ammette asintoto orizzontale per $x \to -\infty$.
Calcolare poi $u'(0)$ usando la definizione.

2) Data la funzione

$$f(x) = \sin(\sqrt[3]{x^2}) + x\sqrt[3]{x}$$

stabilire se per $x \to 0$ è un infinitesimo di ordine superiore a

$$g(x) = \log(1 + x\sqrt[3]{x}\cot x) + x^2$$

3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$y = e^{2x+1}\sin(x - 1)$$

relativamente all'intervallo $[1, 2\pi + 1]$.

4) Data la funzione in due variabili:

$$f_\alpha(x, y) = \frac{|y|^\alpha \sqrt{5 - x^2 - y^2}}{\sqrt{(x - 2)^2 + y^2}}$$

determinare e disegnare il suo insieme di definizione, stabilendone la natura topologica, al variare del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$.
Fissato $\alpha = 2$, stabilire se la funzione $f_2(x, y)$ è prolungabile per continuità nel punto $(2, 0)$ e in caso affermativo, detta $\tilde{f}_2(x, y)$ il suo prolungamento, stabilire lungo quali direzioni $\tilde{f}_2(x, y)$ è derivabile direzionalmente nel punto $(2, 0)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = -x\sin x^2\,\frac{y^2-2y-8}{y-1} \\ \\ y\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right) = 5 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE
07/07/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Date le funzioni

$$y = f(x) = \log(x^3 - 1) \qquad \text{e} \qquad u = g(y) = \arctan y$$

dire se e per quali x esiste la funzione composta $u = g(f(x))$.
Dire se $u = g(f(x))$ ammette asintoto orizzontale per $x \to +\infty$.
Calcolare poi $u'(\sqrt[3]{2})$ usando la definizione.

2) Data la funzione

$$f(x) = \tan(x\sqrt{x}) + \sqrt[5]{x^3}$$

stabilire se per $x \to 0$ è un infinitesimo di ordine inferiore a

$$g(x) = e^{1-\cos(\sqrt[5]{x^2})} + x - 1$$

3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$y = e^{1-2x}\cos(x-1)$$

relativamente all'intervallo $[1 - \frac{\pi}{2}, 1 + \frac{3}{2}\pi]$.

4) Data la funzione in due variabili:

$$f_\alpha(x, y) = \frac{|x|^\alpha \sqrt{x^2 + y^2 - 3}}{\sqrt{x^2 + (y-2)^2}}$$

determinare e disegnare il suo insieme di definizione, stabilendone la natura topologica, al variare del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$.
Fissato $\alpha = 2$, stabilire se la funzione $f_2(x, y)$ è prolungabile per continuità nel punto $(0, 2)$ e in caso affermativo, detta $\tilde{f}_2(x, y)$ il suo prolungamento, stabilire lungo quali direzioni $\tilde{f}_2(x, y)$ è derivabile direzionalmente nel punto $(0, 2)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 2y' = \frac{3}{1+9x^2}\,\frac{y^2+2y-8}{y+1} \\ \\ y(0) = 3 \end{cases}$$