

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

13/09/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Date le funzioni

$$f(x) = \ln(x + 1) \quad \text{e} \quad g(y) = y^2$$

stabilire per quali  $x \in \mathbb{R}$  esiste la funzione composta  $u(x) = g(f(x))$  e, se possibile, calcolare  $u'(0)$  utilizzando il teorema di derivazione delle funzioni composte.

2) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$f(x) = \frac{\sqrt{\tan x} - 1}{\cos^2 x}$$

per  $x$  nell'intervallo  $[0, \frac{\pi}{4}]$ .

3) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} k(x-1)(\ln x - 1)^k$$

al variare di  $x > 0$ .

4) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{\frac{x^2 - y^3}{x^2 + y^2}}}{\cos(y - x)}$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Posto  $f(0, 0) = e$ , stabilire se la funzione

$$\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ e & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è derivabile parzialmente in  $(0, 0)$ .

5) Determinare l'integrale generale  $y(x)$  dell'equazione

$$y^{IV} - y'' = 0.$$

Stabilire se esistono soluzioni  $y(x)$  che ammettono asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$ .

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

13/09/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Date le funzioni

$$f(x) = e^x - 1 \quad \text{e} \quad g(y) = \frac{1}{\sqrt{y+1}}$$

stabilire per quali  $x \in \mathbb{R}$  esiste la funzione composta  $u(x) = g(f(x))$  e, se possibile, calcolare  $u'(0)$  utilizzando il teorema di derivazione delle funzioni composte.

2) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{\cot x} - 1}{\sin^2 x}$$

per  $x$  nell'intervallo  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ .

3) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} kx(e^x - 2)^k$$

al variare di  $x$  in  $\mathbb{R}$ .

4) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\arctan\left(\frac{x^2+y^4}{x^2+y^2}\right)}{\cos(y+x)}$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Posto  $f(0, 0) = \frac{\pi}{4}$ , stabilire se la funzione

$$\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ \frac{\pi}{4} & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è derivabile parzialmente in  $(0, 0)$ .

5) Determinare l'integrale generale  $y(x)$  dell'equazione

$$y^V - y''' = 0.$$

Stabilire se esistono soluzioni  $y(x)$  che ammettono asintoto obliquo per  $x \rightarrow -\infty$ .