

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

13/04/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Determinare tutte le soluzioni  $z = a + ib$  dell'equazione complessa

$$|z|^2 + 2z\bar{z} + iz = 0 .$$

- 2) Calcolare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 3$  della funzione

$$f(x) = \frac{[\log((x-3)^2 + (x-3)^3) - \log(x-3)^2] \cdot [1 - \cos(x-3)]}{\tan(x-3)} .$$

- 3) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con  $\alpha \in \mathbb{R}_+$ :

$$f(x, y) = \left| \frac{x^2}{y} \right|^\alpha$$

Studiare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}_+$  per quali direzioni  $r$  esiste la derivata direzionale  $\frac{\partial f}{\partial r}$  nel punto  $(0, 1)$ .

- 4) Stabilire per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la forma differenziale  $\omega$  è esatta nel suo insieme di definizione e per tali  $\alpha$  calcolare il potenziale nullo in  $(0, 0)$ . Calcolare inoltre  $\int_{+\gamma} \omega$  con  $\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2, x \in [0, 2]\}$ .

$$\omega = y^2 dx + 2\alpha^3 y(x+1) dy$$

- 5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2xy + x \cos x^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$