

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

17/01/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$y = \log_2(1 + e^x)$$

determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, stabilire se  $g$  è derivabile in  $y = 1$  e calcolare  $g'(1)$ .

2) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$|z|^2 + 2i\operatorname{Re}(\bar{z} - 2) + 2(\operatorname{Im}(z))^4 = 4.$$

*Facoltativo:* Indicata con  $z_0$  la soluzione dell'equazione, calcolare  $\sqrt[4]{z_0^4}$  in  $\mathbb{C}$ .

3) Sia  $\gamma \in \mathbb{R}^+$ . Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^\gamma \sqrt{-x^2 - 4y^2 + 4}$$

determinare e disegnare l'insieme di definizione stabilendone la natura topologica al variare di  $\gamma$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste la derivata direzionale di  $f$  in  $(0, 0)$  rispettivamente per  $\gamma = \frac{1}{2}$  e per  $\gamma = 1$ .

4) Calcolare

$$\iint_D (y + |x - y|) \, dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq x^3; x \leq 1\}$ .

5) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$8y''' + 4y'' + \frac{1}{2}y' = 1.$$

Dire se ci sono soluzioni limitate.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

17/01/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$y = \log_3(1 + e^{2x})$$

determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, stabilire se  $g$  è derivabile in  $y = \log_3 2$  e calcolare  $g'(\log_3 2)$ .

2) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z\bar{z} + i(\operatorname{Im}(z) + 1) + (\operatorname{Re}(\bar{z} - i))^4 = 1.$$

*Facoltativo:* Indicata con  $z_0$  la soluzione dell'equazione, calcolare  $\sqrt[3]{z_0^3}$  in  $\mathbb{C}$ .

3) Sia  $\gamma \in \mathbb{R}^+$ . Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^\gamma \sqrt{-x^2 - 9y^2 + 9}$$

determinare e disegnare l'insieme di definizione stabilendone la natura topologica al variare di  $\gamma$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste la derivata direzionale di  $f$  in  $(0, 0)$  rispettivamente per  $\gamma = \frac{1}{2}$  e per  $\gamma = 1$ .

4) Calcolare

$$\iint_D (|x - y| - y) \, dx \, dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^5 \leq y \leq 1; x \geq -1\}$ .

5) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$3y''' - 2y'' + \frac{1}{3}y' = 1.$$

Dire se ci sono soluzioni limitate.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

17/01/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo C

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$y = \log_2(2 + e^{3x})$$

determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, stabilire se  $g$  è derivabile in  $y = \log_2 3$  e calcolare  $g'(\log_2 3)$ .

2) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$i(2\operatorname{Re}(z) + 1) - (\operatorname{Im}(\bar{z} - 1))^4 - 4|z|^2 = -1.$$

*Facoltativo:* Indicata con  $z_0$  la soluzione dell'equazione, calcolare  $\sqrt[4]{z_0^4}$  in  $\mathbb{C}$ .

3) Sia  $\gamma \in \mathbb{R}^+$ . Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^\gamma \sqrt{-4x^2 - y^2 + 4}$$

determinare e disegnare l'insieme di definizione stabilendone la natura topologica al variare di  $\gamma$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste la derivata direzionale di  $f$  in  $(0, 0)$  rispettivamente per  $\gamma = \frac{1}{2}$  e per  $\gamma = 1$ .

4) Calcolare

$$\iint_D (y + |x + y|) \, dx \, dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq -x^3; x \geq -1\}$ .

5) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$5y''' + 2y'' + \frac{1}{5}y' = 1.$$

Dire se ci sono soluzioni limitate.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

17/01/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo D

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$y = \log_3(4 + e^{3x})$$

determinare il suo insieme di definizione  $E$  e stabilire se è invertibile in  $E$ . In caso affermativo, detta  $x = g(y)$  la sua inversa, stabilire se  $g$  è derivabile in  $y = \log_3 5$  e calcolare  $g'(\log_3 5)$ .

2) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z\bar{z} + 2i\text{Im}(z - 3i) + (\text{Re}(\bar{z}))^4 = 9.$$

*Facoltativo:* Indicata con  $z_0$  la soluzione dell'equazione, calcolare  $\sqrt[3]{z_0^3}$  in  $\mathbb{C}$ .

3) Sia  $\gamma \in \mathbb{R}^+$ . Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^\gamma \sqrt{-9x^2 - y^2 + 9}$$

determinare e disegnare l'insieme di definizione stabilendone la natura topologica al variare di  $\gamma$ . Stabilire per quali direzioni  $\mathbf{r}$  esiste la derivata direzionale di  $f$  in  $(0, 0)$  rispettivamente per  $\gamma = \frac{1}{2}$  e per  $\gamma = 1$ .

4) Calcolare

$$\iint_D (|x + y| - y) \, dx \, dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -x^5 \leq y \leq 1; x \leq 1\}$ .

5) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$9y''' - 3y'' + \frac{1}{4}y' = 1.$$

Dire se ci sono soluzioni limitate.