ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

06/06/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

<u>Testo A</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'insieme di definizione di

$$f(x) = |x|^{\alpha}(e^{x+1} - e).$$

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, continuità e derivabilità nel suo insieme di definizione.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \cos^3 x}{1 - 2\sin^2 x}\, dx$$

3) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ di $f(x) = e^{2x} - 1 + x^2 + log(2 - cosx^2)$

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{-x}{\sqrt{2 - x^2 - y^2}}dx + \frac{-y}{\sqrt{2 - x^2 - y^2}}dy$$

stabilire se esiste un aperto connesso A dove è esatta. In caso affermativo determinare la sua primitiva F che vale 0 in $(0, 0)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{6x}{2x-1}\, y + \frac{3}{\sqrt{2x-1}}\, \sqrt[3]{y^4} = 0 \\ \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

06/06/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'insieme di definizione di

$$f(x) = |x|^{\alpha} ln(1-2x).$$

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, continuità e derivabilità nel suo insieme di definizione.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \sin^3 x}{1 - 4\cos^2 x}\, dx$$

3) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0$ di $f(x) = e^x - 2 + x^2 + cos x^3 + \arctan x^2$

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{-2x}{1-x^2-y^2}dx + \frac{-2y}{1-x^2-y^2}dy$$

stabilire se esiste un aperto connesso A dove è esatta. In caso affermativo determinare la sua primitiva F che vale 0 in $(0,0)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{5x}{1-x}\, y - \frac{10}{e^x}\sqrt[5]{y^4} = 0 \\ \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

06/06/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'insieme di definizione di

$$f(x) = |x+1|^{\alpha}(e^{x+2} - e).$$

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, continuità e derivabilità nel suo insieme di definizione.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{2(\cos 2x - \cos^3 2x)}{1 - 4\sin^2 2x}\, dx$$

3) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 1$ di $f(x) = e^{2(x-1)} - 1 + (x-1)^2 + log(2 - cos(x-1)^2)$

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2-y^2}}dx + \frac{-y}{\sqrt{1-x^2-y^2}}dy$$

stabilire se esiste un aperto connesso A dove è esatta. In caso affermativo determinare la sua primitiva F che vale 0 in $(0,0)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{3x}{x+1}\, y + 3(x^2+2x+1)\, \sqrt[3]{y^5} = 0 \\ \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

06/06/2013

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare l'insieme di definizione di

$$f(x) = |x-1|^{\alpha} ln(3-2x).$$

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, continuità e derivabilità nel suo insieme di definizione.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2(\sin 2x - \sin^3 2x)}{1 - 2\cos^2 2x}\, dx$$

3) Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 1$ di $f(x) = e^{x-1} - 2 + (x-1)^2 + cos(x-1)^3 + \arctan(x-1)^2$

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x}{x^2+y^2-3} dx + \frac{2y}{x^2+y^2-3} dy$$

stabilire se esiste un aperto connesso A dove è esatta. In caso affermativo determinare la sua primitiva F che vale 0 in $(0,0)$.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{5x}{3(x+1)}\, y - \frac{5}{3e^x} \sqrt[5]{y^2} = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$