

# ANALISI MATEMATICA II (Ing. Civile)

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia

Prova d'esame del 24/06/2008

## Testo A

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x, y) = (x + y)^x$$

a) determinare e disegnare il suo campo di esistenza, stabilendone la natura topologica;

b) studiare la continuità di  $f$  e la sua derivabilità parziale nel punto  $(1, 0)$ .

2) Data la forma differenziale

$$\omega = 2x^\alpha y e^{x^2} dx + e^{x^2} dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  e dire per quali valori del parametro  $\omega$  sia esatta. In tal caso, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t, \\ y = t^2, \quad t \in [1, 2]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} - y''' - 2y'' = 0 .$$

Dire se ammette soluzioni infinitesime per  $x \rightarrow +\infty$ .

**TEORIA.** Dare la definizione di dominio regolare.

Enunciare le formule di Gauss-Green in  $\mathbb{R}^2$  e da esse ricavare il Teorema della Divergenza in  $\mathbb{R}^2$ .

**ANALISI MATEMATICA II**  
**ANALISI MATEMATICA II (Ing. Civile)**

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia

**Prova d'esame del 24/06/2008**

**Testo B**

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x, y) = (y - x)^y$$

**a)** determinare e disegnare il suo campo di esistenza, stabilendone la natura topologica;

**b)** studiare la continuità di  $f$  e la sua derivabilità parziale nel punto  $(0, 1)$ .

2) Data la forma differenziale

$$\omega = [\cos(xy) - xy \sin(xy)]dx - x^\beta \sin(xy)dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , al variare del parametro  $\beta \in \mathbb{R}$  e dire per quali valori del parametro  $\omega$  sia esatta. In tal caso, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t, \\ y = 1 + t^2, \quad t \in [1, 2]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} - y'' = 0 .$$

Dire se ammette soluzioni infinitesime per  $x \rightarrow +\infty$ .

**TEORIA.** Fornire la nozione di differenziabilità di una funzione di due variabili in un punto. Dimostrare che la differenziabilità implica la continuità. Fornire le relazioni fra regolarità ( $C^1$ ), differenziabilità, derivabilità, continuità.

**ANALISI MATEMATICA II**  
**ANALISI MATEMATICA II (Ing. Civile)**

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia

**Prova d'esame del 24/06/2008**

**Testo C**

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

**1)** Data la funzione

$$f(x, y) = (x + y)^{x^2}$$

**a)** determinare e disegnare il suo campo di esistenza, stabilendone la natura topologica;

**b)** studiare la continuità di  $f$  e la sua derivabilità parziale nel punto  $(1, 0)$ .

**2)** Data la forma differenziale

$$\omega = e^{y^2} dx + 2y^\alpha x e^{y^2} dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  e dire per quali valori del parametro  $\omega$  sia esatta. In tal caso, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t, \\ y = e^t, \quad t \in [0, \log 2]. \end{cases}$$

**3)** Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} + y''' - 2y'' = 0 .$$

Dire se ammette soluzioni infinitesime per  $x \rightarrow +\infty$ .

**TEORIA.** Fornire la definizione di equazione differenziale lineare non omogenea a coefficienti costanti.

Enunciare e dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale dell'equazione omogenea ad essa associata.

**ANALISI MATEMATICA II**  
**ANALISI MATEMATICA II (Ing. Civile)**

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia

**Prova d'esame del 24/06/2008**

**Testo D**

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

**1)** Data la funzione

$$f(x, y) = (y - x)^{y^2}$$

**a)** determinare e disegnare il suo campo di esistenza, stabilendone la natura topologica;

**b)** studiare la continuità di  $f$  e la sua derivabilità parziale nel punto  $(0, 1)$ .

**2)** Data la forma differenziale

$$\omega = -y^\beta \sin(xy)dx + [\cos(xy) - xy \sin(xy)]dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , al variare del parametro  $\beta \in \mathbb{R}$  e dire per quali valori del parametro  $\omega$  sia esatta. In tal caso, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t, \\ y = t^2, \quad t \in [1, 2]. \end{cases}$$

**3)** Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} - 4y'' = 0 .$$

Dire se ammette soluzioni infinitesime per  $x \rightarrow +\infty$ .

**TEORIA.** Fornire la definizione di punto di massimo e di minimo, assoluto e relativo, di una funzione  $f$  di due variabili.

In quale modo si determinano gli eventuali massimi e minimi di  $f$  nel suo insieme di definizione?