

ANALISI II

ING. CIVILE

03/03/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Cognome Nome

Matricola

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{(x^2+y^2)^2} - 1 - (x^2 + y^2)^2}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica.

Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la funzione è prolungabile per continuità nell'origine.

2) Dato il campo vettoriale

$$\vec{G}(x, y) = \left(\frac{y e^{\arctan(xy)}}{1 + x^2 y^2}; \frac{x e^{\arctan(xy)}}{1 + x^2 y^2} \right)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x, y)$ tale che $U(0, 0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\gamma} \vec{G} \cdot \vec{\tau} ds$$

dove γ è l'arco di curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -t^3 \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (2e^2 x + e) \frac{\sqrt{y-1}}{e^{\sqrt{y-1}}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$