

1 aprile 2008

E1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x^2} - 1 + 2x^2}{\log(1 + x^4)} \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-2x^2} - 1 + 2x^2}{\log(1 + x^4)}.$$

E2. Determinare gli estremanti della funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{2} \log(3x) - 4x^2 - 3x.$$

E3. Determinare le soluzioni in \mathbf{C} dell'equazione

$$e^{3z+i} = e^i,$$

tali che $b \in (0, 3)$.

D1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri positivi tali che $a_n = o(1/n)$ e $b_n \rightarrow 0$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

- a) $\sum a_n b_n$ converge; b) $\lim_n a_n b_n = 0$;
c) $\sum a_n^2 b_n$ converge; d) $\lim_n n^2 a_n b_n = +\infty$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore



1 aprile 2008

E1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + 2x^2) - 2x^2}{e^{x^4} - 1} \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1 + 2x^2) - 2x^2}{e^{x^4} - 1}.$$

E2. Determinare gli estremanti della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 3e^{2x^3 + 4x^2 + 2}.$$

E3. Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$e^{-3iz+2} = e^2,$$

tali che $a \in (-3, 0)$.

D1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri positivi tali che $a_n \rightarrow 2$ e $b_n = o\left(\frac{1}{n^{3/2}}\right)$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

- a) $\lim_n na_nb_n = 0$; b) $\sum a_nb_n$ converge;
c) $\lim_n n^2a_nb_n = +\infty$; d) $\sum na_nb_n$ converge.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

1 aprile 2008

E1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 - 3x^3) + 3x^3}{e^{x^6} - 1} \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1 - 3x^3) + 3x^3}{e^{x^6} - 1}.$$

E2. Determinare gli estremanti della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = 4e^{x^3 + 5x^2 + 1}.$$

E3. Determinare le soluzioni in \mathbf{C} dell'equazione

$$e^{-4iz+1} = e,$$

tali che $a \in (-4, -3)$.

D1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri positivi tali che $a_n \rightarrow 4$ e $b_n = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

- a) $\lim_n na_n b_n = 0$; b) $\sum \frac{a_n}{n} b_n$ converge;
c) $\lim_n na_n b_n = +\infty$; d) $\sum a_n b_n^4$ converge.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

1 aprile 2008

E1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x^3} - 1 + 3x^3}{\log(1 + 2x^6)} \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-3x^3} - 1 + 3x^3}{\log(1 + 2x^6)}.$$

E2. Determinare gli estremanti della funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log(2x) - 2x^2 - 3x.$$

E3. Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$e^{4z+2i} = e^{2i},$$

tali che $b \in (3, 4)$.

D1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri positivi tali che $a_n = o(1/n^2)$ e $b_n \rightarrow 0$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

- a) $\sum a_n b_n$ converge; b) $\lim_n n^4 a_n b_n = 0$;
c) $\lim_n a_n \sqrt{b_n} = 0$; d) $\sum n^2 a_n^2 b_n$ diverge.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore