ANALISI I (h. 2.30) Appello del **2 Febbraio 2012**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{(n+2)^{6\alpha-1}(2\alpha)^n} \,.$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left| \mathrm{e}^{\frac{3z}{z-1}} \right| = \mathrm{e}^4$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \dfrac{\mathrm{e}^{2\arctan(2x)+1}}{2+8x^2}\, \mathrm{e}^{-y(x)} = 0 \,, \\ y(0) = 1 - \log 8 \,. \end{cases}$$

---

4. Determinare il campo d'esistenza D della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \arcsin \left| \frac{1}{\mathrm{e}^{2x} - 2\mathrm{e}^x} \right| \,.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $f(0) = 0$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte e fornire un controesempio per quelle false:

$a)$ f è continua in $x = 0$; $b)$ se $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$, allora f è continua in $x = 0$;

$c)$ $f'(0) = 0$; $d)$ f non è derivabile in $x = 0$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **2 Febbraio 2012**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-5)^n}{(n^2+2)^{3\alpha-1}(6\alpha)^n}\,.$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left|\mathrm{e}^{\frac{z+i}{2z}}\right| = \mathrm{e}$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \dfrac{\mathrm{e}^{\arctan x+1}}{2+2x^2}\,\dfrac{\mathrm{e}^{-y^2(x)}}{2y(x)} = 0\,, \\ y(0) = \sqrt{1-\log 2}\,. \end{cases}$$

---

4. Determinare il campo d'esistenza D della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \arccos\left|\mathrm{e}^{6/x} - 2\mathrm{e}^{3/x}\right|\,.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $f'(0) = 2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte e fornire un controesempio per quelle false:

a) f è continua in $x = 0$;

b) $f(x) = 2x + o(x)$, per $x \to 0$;

c) $f(x) - f(0) \sim 2x$ per $x \to 0$;

d) $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{se } x \geq 0, \\ 2x & \text{se } x < 0. \end{cases}$

ANALISI I (h. 2.30)	**TEMA C**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
2 Febbraio 2012	Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(5\alpha)^n}{6^n (n+3)^{1-\alpha}} .$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left| e^{\frac{2z-2i}{z}} \right| = e^3$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \dfrac{e^{3\arctan x + 2}}{3+3x^2} \, \dfrac{e^{y^2(x)}}{2y(x)} = 0 \,, \\ y(0) = \sqrt{\log 9 - 2} \,. \end{cases}$$

---

4. Determinare il campo d'esistenza D della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \arccos \left| e^{2/x} - 2e^{1/x} \right| .$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $f'(0) = 2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte e fornire un controesempio per quelle false:

a) $f(x) - f(0) \sim 2x$ per $x \to 0$; *b)* $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{se } x \geq 0, \\ 2x & \text{se } x < 0, \end{cases}$

c) $f(x) = 2x + o(x)$, per $x \to 0$; *d)* f è continua in $x = 0$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **2 Febbraio 2012**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-3\alpha)^n}{2^n (n^2+1)^{1-3\alpha}} .$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left| e^{\frac{4z}{z+1}} \right| = e^5$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \dfrac{e^{\arctan(2x)+2}}{3+12x^2}\, e^{y(x)} = 0 \,, \\ y(0) = \log 6 - 2 \,. \end{cases}$$

---

4. Determinare il campo d'esistenza D della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \arcsin \left| \frac{1}{e^{6x} - 2e^{3x}} \right| .$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $f(0) = 0$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte e fornire un controesempio per quelle false:

a) f non è derivabile in $x = 0$;   *b*) $f'(0) = 0$;

c) f è continua in $x = 0$;   *d*) se $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$, allora f è continua in $x = 0$.