ANALISI 1 - II modulo/A	cognome e nome	matricola
02 Luglio 2007		

E1. Per ogni $n \in I\!N$, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -e^{nx} y^n(x) \\ \\ y(0) = \sqrt[n-1]{\dfrac{n}{2(n-1)}} \end{cases}$$

e calcolare $\lim\limits_{n \to +\infty} y^{n-1}\left(\dfrac{2}{n}\right)$.

E2. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra i grafici delle funzioni f, $g : [-1,1] \to I\!R$, definite da

$$f(x) = (2x^2+3)e^x \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{|x|}{1+x^2} \log \frac{1}{1+x^2}\,.$$

E3. Si consideri la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$, definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^3 - x^2y^2}{(x^2+y^2)^{3/2}} & \text{se } (x,y) \neq 0; \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua nell'origine;
2. calcolare $\nabla f(0,0)$;
3. calcolare le derivate direzionali di f in $(0,0)$.

D1. Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione tale che esista $\nabla f(1,2) = (0,0)$. Allora

a) f è differenziabile nel punto $(1,2)$
b) nessuna affermazione è corretta
c) f ha un punto di massimo in $(1,2)$
d) f è continua in $(1,2)$

Tempo: 2.00 ore

ANALISI 1 - II modulo/B	cognome e nome	matricola
02 Luglio 2007		

E1. Per ogni $n \in I\!N$, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -\mathrm{e}^{2nx} y^{n+2}(x) \\ \\ y(0) = \sqrt[n+1]{\dfrac{2n}{3(n+1)}} \end{cases}$$

e calcolare $\lim_{n \to +\infty} y^{n+1}\left(\dfrac{1}{n}\right)$.

E2. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra i grafici delle funzioni f, $g : [-1, 1] \to I\!R$, definite da

$$f(x) = \frac{|x|}{1+x^2} \log(1+x^2) \qquad \text{e} \qquad g(x) = -(4x^2+2)\mathrm{e}^{-x}\,.$$

E3. Si consideri la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$, definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4y^2 - xy^5}{(x^2+y^2)^{5/2}} & \text{se } (x,y) \neq 0; \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua nell'origine;
2. calcolare $\nabla f(0,0)$;
3. calcolare le derivate direzionali di f in $(0,0)$.

D1. Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione tale che esista $\nabla f(-2,1) = (0,0)$. Allora

a) nessuna affermazione è corretta
b) f è differenziabile nel punto $(-2,1)$
c) f è continua in $(-2,1)$
d) f ha un punto estremante in $(-2,1)$

Tempo: 2.00 ore

ANALISI 1 - II modulo/C 02 Luglio 2007	cognome e nome matricola

E1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -e^{2nx} y^{n+2}(x) \\ \\ y(0) = \sqrt[n+1]{\dfrac{2n}{5(n+1)}} \end{cases}$$

e calcolare $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} y^{n+1}\left(\frac{1}{n}\right)$.

E2. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra i grafici delle funzioni $f,\ g : [-1,1] \to \mathbb{R}$, definite da

$$f(x) = \frac{|x|}{1+x^2}\log(1+x^2) \qquad \text{e} \qquad g(x) = -(3x^2+1)e^{-x}\,.$$

E3. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^5y - x^3y^3}{(x^2+y^2)^{5/2}} & \text{se } (x,y) \neq 0; \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua nell'origine;
2. calcolare $\nabla f(0,0)$;
3. calcolare le derivate direzionali di f in $(0,0)$.

D1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione tale che esista $\nabla f(-1,-2) = (0,0)$. Allora

a) f è continua in $(-1,-2)$
b) f ha un punto di sella in $(-1,-2)$
c) nessuna affermazione è corretta
d) f è differenziabile nel punto $(-1,-2)$

Tempo: 2.00 ore

ANALISI 1 - II modulo/D 02 Luglio 2007	cognome e nome	matricola

E1. Per ogni $n \in I\!N$, determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -e^{nx} y^n(x) \\ \\ y(0) = \sqrt[n-1]{\dfrac{n}{(n-1)}} \end{cases}$$

e calcolare $\lim\limits_{n \to +\infty} y^{n-1}\left(\dfrac{2}{n}\right)$.

E2. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra i grafici delle funzioni f, $g : [-1, 1] \to I\!R$, definite da

$$f(x) = (x^2 + 4)e^x \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{|x|}{1 + x^2} \log \frac{1}{1 + x^2} .$$

E3. Si consideri la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$, definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2 - x^3y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & \text{se } (x, y) \neq 0; \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

1. Stabilire se f è continua nell'origine;
2. calcolare $\nabla f(0, 0)$;
3. calcolare le derivate direzionali di f in $(0, 0)$.

D1. Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione tale che esista $\nabla f(2, -1) = (0, 0)$. Allora

a) f ha un punto di minimo in $(2, -1)$
b) f è continua in $(2, -1)$
c) f è differenziabile nel punto $(2, -1)$
d) nessuna affermazione è corretta

Tempo: 2.00 ore