ANALISI 1 - I modulo/A	cognome e nome (stampatello)	matricola
3 dicembre 2007		

E1. Si consideri la funzione $f : I\!R \to I\!R$ definita da $f(x) = 8x + \mathrm{e}^x(4 - 2\mathrm{e}^x)$. Determinare gli estremanti di f in $I\!R$. Determinare, inoltre, gli estremanti assoluti di f nell'intervallo $[0, \log 10]$, dopo averne giustificato l'esistenza teoricamente.

E2. Stabilire, al variare del parametro reale $\alpha \geq 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\log\left(\frac{n + \sin^\alpha(1/n)}{n}\right)\right]^{(\alpha-1)} .$$

E3. Stabilire se la funzione $f : I\!R \to I\!R$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{se } x \leq 0; \\ \dfrac{(5x - 5\sin x)\log(2+x)}{3x^3} & \text{se } x > 0; \end{cases}$$

è continua su $I\!R$.

D1. Siano $\{a_n\}\,\{b_n\} \subset I\!R^+$ due successioni tali che $a_n \to 0$ e $|b_n| \leq M$, per una opportuna costante positiva M. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) $\sum a_n b_n$ converge; b) $\sum a_n b_n$ converge se $b_n \to 0$;
c) $\sum a_n b_n$ diverge; d) $\sum a_n b_n$ converge se $a_n \sim 1/n$ e $b_n = o(1/\sqrt{n})$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

ANALISI 1 - I modulo/B 3 dicembre 2007	cognome e nome (stampatello) matricola

E1. Si consideri la funzione $f : I\!R^+ \to I\!R$ definita da $f(x) = \log x(\log^2 x + \log x - 1)$. Determinare gli estremanti di f in $I\!R^+$. Determinare, inoltre, gli estremanti assoluti di f nell'intervallo $[1, 5]$, dopo averne giustificato l'esistenza teoricamente.

E2. Stabilire, al variare del parametro reale $\alpha \le 1$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\log\left(\frac{n^{(1-\alpha)} + \sin(1/n)}{n^{(1-\alpha)}}\right)\right]^{(1/2-\alpha)} .$$

E3. Stabilire se la funzione $f : I\!R \to I\!R$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x+3}(4x^2 \sin x - 4x^3)}{4x^5} & \text{se } x < 0; \\ 0 & \text{se } x = 0; \\ x^2 - e^3/6 & \text{se } x > 0; \end{cases}$$

è continua su $I\!R$.

D1. Siano $\{a_n\}\,\{b_n\} \subset I\!R^+$ due successioni tali che $a_n \to +\infty$ e $|b_n| \le M$, per una opportuna costante positiva M. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) $\sum a_n b_n$ converge; b) $\sum a_n b_n$ diverge;
c) $\sum a_n b_n$ diverge se $b_n \to 2$; d) $\sum a_n b_n$ converge se $b_n \sim 1/n^3$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

ANALISI 1 - I modulo/C	cognome e nome (stampatello)	matricola
3 dicembre 2007		

E1. Si consideri la funzione $f : I\!\!R^+ \to I\!\!R$ definita da $f(x) = \log x(2 - 2\log^2 x - 2\log x)$. Determinare gli estremanti di f in $I\!\!R^+$. Determinare, inoltre, gli estremanti assoluti di f nell'intervallo $[1, 3]$, dopo averne giustificato l'esistenza teoricamente.

E2. Stabilire, al variare del parametro reale $\alpha \geq -1$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\log \left(\frac{n + \sin\left(1/n^{(\alpha+1)}\right)}{n} \right) \right]^{(\alpha-2)} .$$

E3. Stabilire se la funzione $f : I\!\!R \to I\!\!R$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(3x\sin x - 3x^2)\mathrm{e}^{2-x}}{4x^4} & \text{se } x < 0; \\ 0 & \text{se } x = 0; \\ \dfrac{3x+1}{x} & \text{se } x > 0; \end{cases}$$

è continua su $I\!\!R$.

D1. Siano $\{a_n\}\ \{b_n\} \subset I\!\!R^+$ due successioni tali che $a_n \to +\infty$ e $b_n \to 0$. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) $\sum a_n b_n$ diverge; b) $\sum a_n b_n$ diverge se $b_n \sim 1/n$;
c) $\sum a_n b_n$ converge; d) $\sum a_n b_n$ converge se $b_n = o(1/n^4)$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

ANALISI 1 - I modulo/D 3 dicembre 2007	cognome e nome (stampatello) matricola

E1. Si consideri la funzione $f : I\!R \to I\!R$ definita da $f(x) = e^x(e^x - 2) - 4x$. Determinare gli estremanti di f in $I\!R$. Determinare, inoltre, gli estremanti assoluti di f nell'intervallo $[0, \log 10]$, dopo averne giustificato l'esistenza teoricamente.

E2. Stabilire, al variare del parametro reale $\alpha \geq 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\log \left(\frac{n^\alpha + \sin\left(1/n^3\right)}{n^\alpha} \right) \right]^{(\alpha - 3)} .$$

E3. Stabilire se la funzione $f : I\!R \to I\!R$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 3x - (2/9)\log 5 & \text{se } x \leq 0; \\ \dfrac{(4\sin x - 4x)\log(x+5)}{3x^3} & \text{se } x > 0; \end{cases}$$

è continua su $I\!R$.

D1. Siano $\{a_n\}\,\{b_n\} \subset I\!R^+$ due successioni tali che $a_n \to 0$ e $\{b_n\}$ è convergente. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) $\sum a_n b_n$ converge se $\sqrt{a_n} \sim 1/n$;   b) $\sum a_n b_n$ diverge;
c) $\sum a_n b_n$ converge;   d) $\sum a_n b_n$ converge se $b_n \to 0$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore