ANALISI I (h. 2.30) Appello del **4 Febbraio 2016**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di $x > 0$, il carattere della

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|2\log x - \frac{1}{2}|^n}{3n^x + 2} .$$

---

2. Determinare l'insieme delle primitive della funzione

$$f_\alpha(x) = (x^3 + 2x)\mathrm{e}^{2\alpha x^2} \left(\frac{[\tan(x^2)]^2}{1 + [\tan(x^2)]^2} \right)^{(1-\alpha)^2}$$

per $\alpha = 1$ e calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-1}^{1} f_\alpha(x)\, dx .$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$4y''(x) + (\alpha - 1)y(x) = 2x^2 .$$

---

4. Determinare estremanti relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = \frac{2\mathrm{e}^{2x} + 1}{\mathrm{e}^x - 2} .$$

nell'intervallo $[\log 3, \log 5]$.

---

5. Siano $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n \sim b_n$ e $a_n = o(1/n)$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ diverge; $C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge;

$B)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge; $D)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n b_n$ diverge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **4 Febbraio 2016**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di $x > 0$, il carattere della

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|2e^x - 5|^n}{5n^x + 4}.$$

---

2. Determinare l'insieme delle primitive della funzione

$$f_\alpha(x) = (x^3 + 3x)\sin(\alpha x^2)\left(\frac{\log(1+x^2)}{1+4x^2}\right)^{(2-\alpha)^2}$$

per $\alpha = 2$ e calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-2}^{2} f_\alpha(x)\,dx.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4(\alpha+1)y(x) = 2x^2 + 1.$$

---

4. Determinare estremanti relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = \frac{(\log x)^2 + 2}{\log x + 1}.$$

nell'intervallo $[\sqrt{e}, e]$.

---

5. Siano $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n \sim b_n$ e $b_n = o(1/n^2)$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n b_n}$ converge; $\qquad C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 a_n$ diverge;

$B)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{b_n}$ diverge; $\qquad D)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ diverge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **4 Febbraio 2016**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di $x > 0$, il carattere della

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|3e^x - 8|^n}{4n^x + 5}.$$

---

2. Determinare l'insieme delle primitive della funzione

$$f_\alpha(x) = (3x^3 + x)\sin(\alpha x^2/3)\left(\frac{\sinh(x^2)}{1+\cosh(x^2)}\right)^{(3-\alpha)^2}$$

per $\alpha = 3$ e calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-2}^{2} f_\alpha(x)\,dx.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$4y''(x) - 9(2\alpha + 1)y(x) = 4x^2 + 2.$$

---

4. Determinare estremanti relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = \frac{3\log x + 1}{(\log x)^2 + 2}.$$

nell'intervallo $[e, e^3]$.

---

5. Siano $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n \sim b_n$ e $b_n = o(1/n^2)$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 a_n$ diverge; $C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ diverge;

$B)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n b_n}$ converge; $D)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{b_n}$ diverge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **4 Febbraio 2016**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di $x > 0$, il carattere della

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|3\log x + \frac{1}{3}|^n}{2n^x + 3}\,.$$

---

2. Determinare l'insieme delle primitive della funzione

$$f_\alpha(x) = (2x^3 + x)e^{(1+\alpha)x^2/2} \left(\frac{[\cos(x^2)]^2}{1 + [\cos(x^2)]^2}\right)^{\alpha^2}$$

per $\alpha = 0$ e calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-1}^{1} f_\alpha(x)\,dx\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$9y''(x) + (2\alpha - 1)y(x) = 4x^2\,.$$

---

4. Determinare estremanti relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = \frac{3e^x + 2}{e^{2x} + 3}\,.$$

nell'intervallo $[\log(1/2), \log 3]$.

---

5. Siano $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n \sim b_n$ e $a_n = o(1/n)$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge; $C)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} n b_n$ diverge;

$B)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ diverge; $D)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ diverge.