

1. Sia data

$$f(x) = \frac{e^x}{x\sqrt{|x-1|}}.$$

Determinare campo di esistenza, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia e tracciare un grafico qualitativo di  $f$  nell'ipotesi in cui il numero di flessi sia minimo.

**Fino a punti 10**

2. Stabilire per quali valori  $\alpha > 0$  la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left[ \cos \left( \frac{1}{n+2} \right)^\alpha - 1 \right] n^4$$

converge.

**Fino a punti 7**

3. Calcolare

$$\int_0^{(\log 2)/2} e^{2x} \log(1 + e^{2x}) dx.$$

**Fino a punti 8**

4. Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin^2 x} - 1}{x^2} & \text{se } x > 0; \\ (x - \alpha)^2 & \text{se } x \leq 0; \end{cases}$$

risulta continua in  $x = 0$ .

**Fino a punti 8**

**Tempo:**  
**3 ore**

spazio riservato  
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale

1. Sia data

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x\sqrt{|x+1|}}.$$

Determinare campo di esistenza, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia e tracciare un grafico qualitativo di  $f$  nell'ipotesi in cui il numero di flessi sia minimo.

**Fino a punti 10**

2. Stabilire per quali valori  $\alpha < 0$  la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left[ 1 - \cos \left( \frac{1}{n+1} \right)^{-\alpha} \right] (n+2)^3$$

converge.

**Fino a punti 7**

3. Calcolare

$$\int_0^{\pi/2} (\cos x) \log(1 + \sin x) dx.$$

**Fino a punti 8**

4. Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -(x + \alpha)^2 & \text{se } x \geq 0; \\ \frac{1 - e^{x^3}}{\sin^3 x} & \text{se } -\pi < x < 0; \end{cases}$$

risulta continua in  $x = 0$ .

**Fino a punti 8**

**Tempo:**  
**3 ore**

spazio riservato  
alla commissione

1.

2.

3.

4.

totale