

Appello del

4 Luglio 2013

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\iint_C \frac{y}{x^2 + y^2} \log(1 + x^2 + y^2) dx dy,$$

dove  $C$  è l'insieme  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3, y \geq |x|\}$ .

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{3/2} \left[ \cosh \left( \sinh \frac{1}{n^{3/2}} \right) - 1 \right].$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = y(x)x^2 \log(x^3), \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'integrale

$$\int_{-2}^2 \left| \frac{x^3 - 1}{x + \alpha} \right| dx$$

converge.

5. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ . Dimostrare o fornire un controesempio per ciascuna delle seguenti affermazioni:

- a) Se  $f$  è parzialmente derivabile rispetto ad entrambe le variabili in  $(0, 0)$ , allora  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  esiste.
- b) Se  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ , allora  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  esiste.
- c) Se  $f$  ammette piano tangente in  $(0, 0)$  parallelo al piano  $xy$ , la derivata direzionale di  $f$  lungo qualunque direzione è nulla nell'origine.

