ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2015**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE ☐

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$e^{\mathrm{Re}(z^2)} > e^{-|z|^2}\mathrm{Im}(z)\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\sinh\left(\frac{2}{n^4+1}\right) - \frac{2}{n^{4\alpha}+1}\right]}{\sinh\left(\frac{3}{n^4+1}\right)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \sqrt{2}x\,y'(x) + \dfrac{(\pi x+1)}{8}\,[y^2(x)+2] = 0\,, \\ y(1) = \sqrt{2}\,. \end{cases}$$

---

4. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(2+x) - x - 1}{(3+3x)^2} & \text{per } x > -1; \\ \sqrt[3]{x+4}\,\sin|\pi - x| & \text{per } x \le -1; \end{cases}$$

è continua e derivabile e stabilire la natura degli eventuali punti di non continuità o di non derivabilità.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni strettamente positive e infinitesime tali che $a_n = o(b_n)$ per $n \to +\infty$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge;

$B)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ diverge;

$C)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge;

$D)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{a_n+b_n}$ diverge.

ANALISI I (h. 2.30)	**TEMA B**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
5 Giugno 2015	Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐
	Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{Re}(z^2)} > \mathrm{e}^{|z|^2}\mathrm{Im}(z)\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\frac{3}{n^{3\alpha}+3} - \sinh\left(\frac{3}{n^3+3}\right)\right]}{\sinh\left(\frac{1}{n^3+3}\right)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2x\,y'(x) - \dfrac{(\pi x+1)}{2}[y^2(x)+4] = 0\,, \\ y(1) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sinh|x-1|}{\sqrt{x+1}} & \text{per } x \geq 0; \\ \dfrac{1-\mathrm{e}^{-4x}-4x}{(x^2-2x)^3} & \text{per } x < 0; \end{cases}$$

è continua e derivabile e stabilire la natura degli eventuali punti di non continuità o di non derivabilità.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni strettamente positive e infinitesime tali che $b_n = o(a_n)$ per $n \to +\infty$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ diverge;

$B)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ converge;

$C)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ diverge;

$D)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{a_n+b_n}$ converge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2015**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$-\mathrm{e}^{-\mathrm{Re}(z^2)} > \mathrm{e}^{|z|^2}\mathrm{Im}(-z)\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\sin\left(\frac{4}{n^3+4}\right) - \frac{4}{n^{3\alpha}+4}\right]}{\sin\left(\frac{1}{n^3+4}\right)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 3x\,y'(x) - \dfrac{(\pi x+1)}{4}[y^2(x)+9] = 0\,, \\ y(1) = 3\,. \end{cases}$$

---

4. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin|x+\pi|}{\sqrt{2-x}} & \text{per } x \le -2; \\ \dfrac{\mathrm{e}^{2\sqrt{x+2}} - 1 - \sqrt{4x+8}}{(3x+6)^2} & \text{per } x > -2; \end{cases}$$

è continua e derivabile e stabilire la natura degli eventuali punti di non continuità o di non derivabilità.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni strettamente positive e infinitesime tali che $b_n = o(a_n)$ per $n \to +\infty$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{a_n+b_n}$ converge;

$B)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ converge;

$C)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ diverge;

$D)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ diverge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2015**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE ☐

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$-\mathrm{e}^{\mathrm{Re}(z^2)} > \mathrm{e}^{-|z|^2}\mathrm{Im}(-z)\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\frac{1}{n^{4\alpha}+2} - \sin\left(\frac{1}{n^4+2}\right)\right]}{\sin\left(\frac{2}{n^4+2}\right)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \sqrt{3}x\,y'(x) + \dfrac{(\pi x+2)}{8}[y^2(x)+3] = 0\,, \\ y(1) = \sqrt{3}\,. \end{cases}$$

---

4. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(3-x) - 2 + x}{(4-2x)^2} & \text{per } x < 2; \\ \sqrt[5]{x-3}\,\sinh|x-1| & \text{per } x \geq 2; \end{cases}$$

è continua e derivabile e stabilire la natura degli eventuali punti di non continuità o di non derivabilità.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni strettamente positive e infinitesime tali che $a_n = o(b_n)$ per $n \to +\infty$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge;

$B)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge;

$C)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ diverge;

$D)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{a_n+b_n}$ diverge.