CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3) ☐ ANALISI I (h. 2.30) ☐ Appello del 6 luglio 2009	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Meccanica ☐ Elettrica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.
Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Si consideri l'equazione

$$z^2 - 4z + 8 = 0\,.$$

a) Calcolare le radici $z_1,\ z_2 \in \mathbb{C}$.
b) Calcolare $z_1^{17} \cdot z_2^{25}$.

---

2. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$: definita da

$$f(x) = \sqrt{2x+1}\,\log(2x+1)\,.$$

Determinare il campo di esistenza di f e gli eventuali punti in cui essa si può prolungare con continuità e derivabilità.

---

3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) + \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}\,y(x) = \cos x\,.$$

---

4. Studiare, al variare di $\alpha \geq 1$, la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^{2\alpha}+2}\,.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua e limitata. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ non esiste mai; 2) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ esiste sempre;
3) non si ha mai $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; 4) si ha sempre $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$.

---

6. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definita da

$$f(x,y) = -2y^3 - 3xy^2 + 3y^2 + 6xy\,.$$

stabilire la natura dei suoi punti critici.

CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3) ☐ ANALISI I (h. 2.30) ☐ Appello del 6 luglio 2009	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Meccanica ☐ Elettrica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.
Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Si consideri l'equazione

$$z^2 + 4z + 8 = 0\,.$$

a) Calcolare le radici $z_1,\ z_2 \in \mathbb{C}$.
b) Calcolare $z_1^{17} \cdot z_2^{9}$.

---

2. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$: definita da

$$f(x) = \sqrt{x+2}\,\log(x+2)\,.$$

Determinare il campo di esistenza di f e gli eventuali punti in cui essa si può prolungare con continuità e derivabilità.

---

3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) - \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}\,y(x) = \sin x\,.$$

---

4. Studiare, al variare di $\alpha \geq 1$, la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+2}{n^{2\alpha}+1}\,.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua e limitata. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

1) si ha sempre che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; 2) si ha sempre che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$;
3) la funzione è periodica; 4) f non può avere asintoto obliquo per $x\to+\infty$.

---

6. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definita da

$$f(x, y) = -2y^3 - 3xy^2 + 3y^2 + 6xy\,.$$

stabilire la natura dei suoi punti critici.