

Appello del

7 Giugno 2012

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha} \log \left(\cos \frac{1}{n} \right).$$

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{e^{(\sinh x)^{2\alpha^2}} - 1}{\log(1+x^5)} x^{2\alpha} dx$$

esiste finito.

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{x \arctan(3x)}{(y(x)+2)^2} = 0, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x - 2 \sin x.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $[0, \pi]$ della funzione $g(x) = |f(x) + \sqrt{3}|$.

5. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

- a) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ continua e limitata $\implies \int_0^{+\infty} f(x) dx$ esiste in senso improprio;
- b) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ limitata $\implies \int_0^1 f(x) dx$ esiste in senso proprio;
- c) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ continua $\implies \int_0^1 f(x) dx$ esiste in senso proprio;
- d) $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ continua $\implies \int_0^{+\infty} f(x) dx$ esiste in senso improprio.

Fornire un controesempio per quelle false.



1. Determinare, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha} \log(e^{1/n}).$$

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\log(1 + \sinh x^3)}{[(1 + x^{2\alpha^2})^{3/2} - 1]x^{2\alpha}} dx$$

esiste finito.

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{x \log(1 + x^2)}{(y(x) + 1)^4} = 0, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sin x - \frac{x}{2}.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti della funzione $g(x) = |f(x) - \sqrt{3}/2|$ in $[0, \pi]$.

5. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

- a) $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ continua e limitata $\implies \int_0^{+\infty} f(x) dx$ esiste in senso improprio;
- b) $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ continua $\implies \int_0^{+\infty} f(x) dx$ esiste in senso improprio;
- c) $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ limitata $\implies \int_0^1 f(x) dx$ esiste in senso proprio;
- d) $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ continua $\implies \int_0^1 f(x) dx$ esiste in senso proprio.

Fornire un controesempio per quelle false.

