CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3) ☐ ANALISI I (h. 2.30) ☐ Appello del 7 settembre 2009	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Meccanica ☐ Elettrica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.
Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n + \mathrm{e}^n}{3^{2n} + \log n}\,.$$

---

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - y(x) = \mathrm{e}^x\,.$$

1. Determinare l'integrale generale.
2. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione che sono infinitesime per $x \to -\infty$.

---

3. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_2^{+\infty} \frac{x}{(x-2)^\alpha} \sin\frac{1}{\sqrt{x^3}}\; dx$$

esiste finito.

---

4. Si consideri la funzione

$$f(x) = x\sin x\,, \qquad x \in [0, \pi/2]\,.$$

Determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente, decrescente, concava, convessa e determinare eventuali punti di minimo o massimo relativo e di flesso.

---

5. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ due funzioni continue e g sia anche derivabile.

1) Derivare l'espressione

$$y(x) = C\mathrm{e}^{-g(x)} + \mathrm{e}^{-g(x)} \int_0^x f(t)\mathrm{e}^{g(t)}\, dt\,.$$

2) Posto $g(x) = 3$, usare il punto precedente per determinare una costante C ed una funzione $f(x)$ tale che

$$y(x) = \arctan x + 1\,.$$

---

6. Determinare il campo di esistenza D della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \frac{\log\left(\frac{y}{x^2} - 1\right)}{\sqrt{x - y^2}\,\log(1 - 2x)}$$

e rappresentarlo graficamente.

CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3) ☐ ANALISI I (h. 2.30) ☐ Appello del 7 settembre 2009	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Meccanica ☐ Elettrica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.
Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log^5 n + e^{3n}}{5^n + n^5}.$$

---

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y(x) = -4e^{-2x}.$$

1. Determinare l'integrale generale.
2. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione che sono infinitesime per $x \to +\infty$.

---

3. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^{1/4}}{(x-1)^\alpha} \sinh \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$$

esiste finito.

---

4. Si consideri la funzione

$$f(x) = x \cos x, \qquad x \in [0, \pi/2].$$

Determinare gli intervalli in cui la funzione è crescente, decrescente, concava, convessa e determinare eventuali punti di minimo o massimo relativo e di flesso.

---

5. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ due funzioni continue ed f sia anche derivabile.

1) Derivare l'espressione

$$y(x) = Ce^{f(x)} + e^{f(x)} \int_0^x g(t) e^{-f(t)}\, dt.$$

2) Posto $f(x) = 2$, usare il punto precedente per determinare una costante C ed una funzione $g(x)$ tale che

$$y(x) = \sin x + 2.$$

---

6. Determinare il campo di esistenza D della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \frac{\log\left(\frac{y}{x^2} - 1\right)}{\sqrt{x - y^2}\,\log(1-2x)}$$

e rappresentarlo graficamente.