

8 gennaio 2008

E1. Risolvere la seguente equazione in campo complesso

$$(z - i)^4 + 16i = 0.$$

E2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{[\log(n^n)]^{2\alpha}}{(n+1)^{\alpha^2+\alpha-1}}.$$

E3. Si consideri la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{(e^{2x} - 1) \log(1 + 4x)}{x(e^{4x} - 1)(x^2 - 1)}.$$

Determinare il dominio D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti di f .

D1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione assegnata. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

- a) $f'(1) = 0 \implies f$ ha un punto estremante in $x = 1$; b) f continua in $x = 1 \implies f$ derivabile in $x = 1$;
c) f derivabile in $x = 1 \implies f$ continua in $x = 1$; d) $f(1) = 0 \implies f$ derivabile in $x = 1$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

8 gennaio 2008

E1. Risolvere la seguente equazione in campo complesso

$$(z + 1)^6 - 8 = 0.$$

E2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(n^2 + 4)^{\alpha+3}}{[\log(n^4)]^{\alpha^2-2}}.$$

E3. Si consideri la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{\sin x}{(e^{-1-x} - 1) \log(1 - 4x)}.$$

Determinare il dominio D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti di f .

D1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua in $x = 3$. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

- a) f è derivabile in $x = 3$; b) se $f(3) = 5 \implies \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$;
c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$; d) se $x = 3$ è punto di massimo $\implies f'(3) = 0$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

E1. Risolvere la seguente equazione in campo complesso

$$(z - 1)^6 + 8 = 0.$$

E2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (n^2 + 5)^{2-\alpha^2} [\log(n^2)]^{\alpha-1}.$$

E3. Si consideri la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{\sin x \log(1 - 3x)}{x^2(e^{-x-2} - 1)}.$$

Determinare il dominio D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti di f .

D1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(-1) = 0$. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

- a) se f è derivabile in $x = -1 \implies x = -1$ è punto di minimo; b) f ha un punto di minimo in $x = -1$;
c) se $x = -1$ è punto di minimo $\implies f'(-1) = 0$; d) se f è derivabile $\implies f'(-1) \in \mathbb{R}$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.



8 gennaio 2008

E1. Risolvere la seguente equazione in campo complesso

$$(z + i)^4 - 4i = 0.$$

E2. Stabilire, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(n+2)^\alpha}{[\log(n^{2n})]^{\alpha^2-1}}.$$

E3. Si consideri la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{(1 - e^x) \log(1 + 2x)}{3x(1 - e^{3x})(4 - x^2)}.$$

Determinare il dominio D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti di f .

D1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione assegnata tale che $f'(2) = 0$. Stabilire, motivando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

- a) f continua in $x = 2$; b) f ha un punto di flesso a tangente orizzontale in $x = 2$;
c) f ha un punto di massimo in $x = 2$; d) $f(2) = 0$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore