ANALISI II (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2013**	**5 CFU - TEMA** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\iint_D x \sin(x^2+y^2-2y+1)^{3/2}\, dx\, dy\,,$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; -1 \le x^2+y^2-2y \le \pi^{2/3}-1,\; |y-1| \le x\}$.

---

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[1+\sin\frac{1}{(n+2)^2}\right]^{\frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{n}\right)-\sin\left(\frac{1}{n}\right)}} .$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x)+y'(x)-2y(x) = 2\mathrm{e}^{\alpha^2 x} .$$

---

4. Determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = y(x+1)^2 - 4y\,.$$

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ e $b_n \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge;

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2}$ converge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{a_n^2}{b_n^2}$ non converge assolutamente;

(D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n^2}{a_n^2}$ diverge.