ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2015**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\frac{1}{(z+i)^4} = 16$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \left[\left(1 + \sin\frac{1}{n^2}\right)^{2n^2} - \mathrm{e}^2 \right] n^2 \,.$$

---

3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 2\mathrm{e}^x \,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y(x)$ della precedente equazione che soddisfino l'ulteriore condizione

$$\lim_{x\to+\infty} [y(x) + 2(x+5)\mathrm{e}^x] = 0 \,.$$

---

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{x^{2-\alpha}\sin[(1-x)^{\alpha^2+1}]}{(x-x^2)^3}\,dx$$

esiste finito.

---

5. Supponendo che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifichi la condizione $f(x) \sim 2(x-1)^2$, per $x \to 1$, calcolare i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x+1)}{x^2}$; b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x+1)}{x^3}$;

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x+1)}{x^4}$; d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x+1)}{x}$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2015**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\frac{1}{(z+2i)^3} = -8i$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \left[\left(1 + \tanh\frac{1}{n}\right)^{4n} - \mathrm{e}^4 \right] n\,.$$

---

3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 6\mathrm{e}^{-2x}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y(x)$ della precedente equazione che soddisfino l'ulteriore condizione

$$\lim_{x\to-\infty} [y(x) + 2(1+x)\mathrm{e}^{-2x}] = 0\,.$$

---

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x-1)\sinh\left(\frac{1}{x^{2\alpha^2+6}}\right)}{(x^2-1)^{3\alpha-2}}\,dx$$

esiste finito.

---

5. Supponendo che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifichi la condizione $f(x) \sim 4(x+1)^3$, per $x \to -1$, calcolare i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x-1)}{x^2}$; b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x-1)}{x^3}$;

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x-1)}{x^4}$; d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x-1)}{x}$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2015**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\frac{1}{(z-2i)^3} = 8i$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n \to +\infty} \left[\left(1 + \tan \frac{1}{n}\right)^{3n} - \mathrm{e}^3 \right] n \, .$$

---

3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 3\mathrm{e}^{2x} \, .$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y(x)$ della precedente equazione che soddisfino l'ulteriore condizione

$$\lim_{x \to +\infty} [y(x) + (2-x)\mathrm{e}^{2x}] = 0 \, .$$

---

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x-1)^2 \left(\sinh \frac{1}{x}\right)^{2\alpha^2+1}}{(x^2-1)^{3\alpha+1}} \, dx$$

esiste finito.

---

5. Supponendo che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifichi la condizione $f(x) \sim 4(x+1)^3$, per $x \to -1$, calcolare i seguenti limiti:

a) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{f(x-1)}{x^2}$; b) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{f(x-1)}{x^3}$;

c) $\displaystyle \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x-1)}{x^4}$; d) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{f(x-1)}{x}$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2015**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\frac{1}{(z-i)^4} = -4$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \left[\left(1 + \sinh \frac{1}{n^2} \right)^{5n^2} - \mathrm{e}^5 \right] n^2 .$$

---

3. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 2\mathrm{e}^{-x} .$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni $y(x)$ della precedente equazione che soddisfino l'ulteriore condizione

$$\lim_{x\to-\infty} [y(x) - 2(x-4)\mathrm{e}^{-x}] = 0 .$$

---

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{x^{-\alpha}[\sin(1-x)]^{\alpha^2-1}}{x-x^2}\, dx$$

esiste finito.

---

5. Supponendo che la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifichi la condizione $f(x) \sim 2(x-1)^2$, per $x \to 1$, calcolare i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x+1)}{x^2}$; b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x+1)}{x^3}$;

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x+1)}{x^4}$; d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{f(x+1)}{x}$.