ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Febbraio 2019**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2},$$

ed esprimere il risultato in forma algebrica.

---

2. Determinare, al variare di $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log\left[1+\sin\left(\frac{1}{n^{9\alpha^2}}\right)\right]}{\log\left[\cos\left(\frac{1}{n^{4\alpha}}\right)\right]}.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + \alpha y(x) = 1 .$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor di ordine 7 della funzione $f(x) = \sin x$ con centro in $x_0 = 5\pi/2$.

5.

i) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ un funzione tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Si consideri la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_x^0 [f(t)]^2 \, dt .$$

Dimostrare che F ha un unico punto di flesso in $x_0 = 0$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Febbraio 2019**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2},$$

ed esprimere il risultato in forma algebrica.

---

2. Determinare, al variare di $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log\left[\cosh\left(\frac{1}{n^{2\alpha^2}}\right)\right]}{\log\left[1+\sinh\left(\frac{1}{n^{3\alpha}}\right)\right]}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - \alpha y(x) = -2\,.$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor di ordine 7 della funzione $f(x) = \cos x$ con centro in $x_0 = 3\pi$.

5.

i) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ un funzione tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Si consideri la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x [f(t)]^4\,dt\,.$$

Dimostrare che F ha un unico punto di flesso in $x_0 = 0$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Febbraio 2019**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2},$$

ed esprimere il risultato in forma algebrica.

---

2. Determinare, al variare di $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log\left[\cosh\left(\frac{1}{n^{3\alpha/2}}\right)\right]}{\log\left[1+\sinh\left(\frac{1}{n^{2\alpha^2}}\right)\right]}.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - \alpha y(x) = 2 .$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor di ordine 7 della funzione $f(x) = \cos x$ con centro in $x_0 = 5\pi$.

5.

i) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ un funzione tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Si consideri la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x [f(t)]^4 \, dt .$$

Dimostrare che F ha un unico punto di flesso in $x_0 = 0$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Febbraio 2019**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2}\,,$$

ed esprimere il risultato in forma algebrica.

---

2. Determinare, al variare di $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log\left[1+\sin\left(\frac{1}{n^{3\alpha}}\right)\right]}{\log\left[\cos\left(\frac{1}{n^{\alpha^2}}\right)\right]}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + \alpha y(x) = -1\,.$$

---

4. Determinare lo sviluppo di Taylor di ordine 7 della funzione $f(x) = \sin x$ con centro in $x_0 = 9\pi/2$.

5.

i) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ un funzione tale che $f(0) = 0$ e $f'(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Si consideri la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_x^0 [f(t)]^2\,dt\,.$$

Dimostrare che F ha un unico punto di flesso in $x_0 = 0$.