

8 aprile 2002

E1*. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 3x^2 - 5\sqrt{x}}{e^{2x} - 1}$.

E2*. Data $F(x) = \int_1^{2x} \frac{\log(e + t^2)}{(t^2 + 2)e^t} dt$, calcolare $F'(0)$.

E3*. Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $(z - 2)^3 = 27$.

E4*. Determinare l'integrale generale dell'equazione $y' - 3y = 2t$.

E5. Calcolare

$$\iint_D y \, dx \, dy, \quad D = \{|y| \geq 1\} \cap \{x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

E6. Stabilire il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{3n + 2 \cos n}$.

E7. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 + 2x}{3x} & \text{per } x > 0; \\ 3(x + 3)^2 + 2x & \text{per } x \leq 0; \end{cases}$

stabilire se $x = 0$ è punto di massimo assoluto per f nell'intervallo $[-2, 5]$.

D1. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è errata:

$$\begin{aligned} (A) \quad \frac{x^2 \cdot x^3}{x^{1/3}} &= \frac{1}{x^{-14/3}} & (B) \quad \frac{x^{1/3}}{x^2 \cdot x^3} &= \frac{1}{x^{14/3}} \\ (C) \quad x^2 \cdot x^3 &= x^6 & (D) \quad \frac{1}{x^2 \cdot x^3} &= x^{-5}. \end{aligned}$$

D2. Data $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sapendo che $f(2) = 1$, calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(2 \cos(\pi x)\right)$, giustificando la risposta.

D3. Data $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, scrivere la definizione di funzione parzialmente derivabile rispetto ad x nel punto $(2, 1)$.

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .

8 aprile 2002

E1*. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{\frac{1}{4}\sqrt[3]{x} + x^2 + \frac{1}{2}x^3}$.

E2*. Data $F(x) = \int_0^{4x} \frac{e^t}{(|t|+1)\cosh t} dt$, calcolare $F'(0)$.

E3*. Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $(z+2)^3 = -27$.

E4*. Determinare l'integrale generale dell'equazione $y' + y = 1 - t$.

E5. Calcolare

$$\iint_D x^3 dx dy, \quad D = \{|x| \leq 1\} \cap \{x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

E6. Stabilire il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin[(2n+1)\pi/2]}{4n + \sin(n/2)}$.

E7. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x^3}{3x^2} & \text{per } x < 0; \\ -4(x-2)^2 + x^2 & \text{per } x \geq 0; \end{cases}$
stabilire se $x = 0$ è punto di minimo assoluto per f nell'intervallo $[-5, 2]$.

D1. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta:

$$\begin{aligned} (A) \quad \frac{x^{1/2}}{x^{1/3}} &= \frac{1}{x^{-1/6}} & (B) \quad x^{1/2} \cdot x^{1/3} &= x^{1/6} \\ (C) \quad \frac{x^{1/3}}{x^{1/2}} &= x^{2/3} & (D) \quad \frac{1}{x^{1/2} \cdot x^{1/3}} &= x^{-1/6}. \end{aligned}$$

D2. Data $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sapendo che $f(1) = 3$, calcolare $\lim_{x \rightarrow 1} f\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)$, giustificando la risposta.

D3. Data $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, scrivere la definizione di funzione parzialmente derivabile rispetto ad y nel punto $(0, 1)$.

Tempo: 3 ore. Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda.

8 aprile 2002

E1*. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + 3\sqrt[3]{x})}{x + 2x^4 + \frac{1}{2}x^2}$.

E2*. Data $F(x) = \int_2^{x/2} \frac{e^{2t}}{e^{4t} + 1} dt$, calcolare $F'(0)$.

E3*. Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $(z + 4)^3 = -8$.

E4*. Determinare l'integrale generale dell'equazione $y' + 4y = 5t + 1$.

E5. Calcolare $\iint_D x \, dx \, dy$, $D = \{|x| \leq 2, |y| \leq 3\} \cap \{x^2 + y^2 \geq 1\}$.

E6. Stabilire il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin[(2n+1)\pi/2]}{n + \cos(n/3)}$.

E7. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{-2x-3x^2}{5x} & \text{per } x < 0; \\ -(x+3)^2 + 10x + \frac{1}{2}x^2 & \text{per } x \geq 0; \end{cases}$

stabilire se $x = 0$ è punto di minimo assoluto per f nell'intervallo $[-2, 1]$.

D1. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è corretta:

- (A) $x^{1/4} \cdot x^2 = x^{1/2}$ (B) $\frac{x^2}{x^{1/4}} = \frac{1}{x^{-7/4}}$
 (C) $\frac{x^{1/4}}{x^2} = x^{1/8}$ (D) $\frac{1}{x^2 \cdot x^{1/4}} = x^{-1/2}$.

D2. Data $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sapendo che $f(2) = 1/2$, calcolare $\lim_{x \rightarrow 2} f(2 + \sin(\pi x))$, giustificando la risposta.

D3. Data $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, scrivere la definizione di funzione parzialmente derivabile rispetto ad y nel punto $(1, 2)$.

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .

E1*. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5x^2 + 12x^3 + 3x^{7/2}}{\sinh(2x^2)}$.

E2*. Data $F(x) = \int_{1/2}^{3x} \frac{\log(2 + |t|)}{e^{t/3} + 3} dt$, calcolare $F'(0)$.

E3*. Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $(z - 4)^3 = 8$.

E4*. Determinare l'integrale generale dell'equazione $y' - 2y = 3t + 2$.

E5. Calcolare $\iint_D y^5 dx dy$, $D = \{|y| \geq 1/x > 0\} \cap \{x^2 + y^2 \leq 4\}$.

E6. Stabilire il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{2n + 2 \sin n}$.

E7. Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{-3x^2 - x^3}{2x^2} & \text{per } x > 0; \\ (x + 2)^3 + 5x^3 & \text{per } x \leq 0; \end{cases}$
stabilire se $x = 0$ è punto di massimo assoluto per f nell'intervallo $[-1, 10]$.

D1. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è errata:

$$\begin{aligned} (A) \quad \frac{x^4 \cdot x^2}{x^{1/2}} &= \frac{1}{x^{-11/2}} & (B) \quad x^4 \cdot x^{1/2} &= \frac{1}{x^{-9/2}} \\ (C) \quad \frac{x^2}{x^4 \cdot x^{1/2}} &= \frac{1}{x^{5/2}} & (D) \quad \frac{x^{1/2}}{x^2} &= x^{1/4}. \end{aligned}$$

D2. Data $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$ e sapendo che $f(0) = 4$, calcolare $\lim_{x \rightarrow 1} f\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)$, giustificando la risposta.

D3. Data $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, scrivere la definizione di funzione parzialmente derivabile rispetto ad x nel punto $(2, 0)$.

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .