Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 8 giugno 2009	**TEMA/A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Calcolare in $\mathbb{C}$

$$\sqrt[3]{\frac{3-2i}{5+i}}\,.$$

E2. Verificare che vale la relazione

$$\left(1+\frac{3}{n}\right)^{n^2} \sim \mathrm{e}^{3n-9/2}\,.$$

E3. Data la funzione $f:[-1,1]\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\frac{\sqrt[5]{x^2}}{x-3}\,,$$

studiarne la derivabilità in $x=0$ e stabilire la natura di tale punto. Determinare, inoltre, i punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[-1,1]$.

D1. Si consideri una funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $x_0\in\mathbb{R}$ sia un punto di massimo relativo con $f(x_0)>0$, $f''(x_0)<0$ ed, inoltre, in $(x_0,+\infty)$ la funzione f non ammette altri punti di massimo relativo. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) se $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0^-$, allora f ha necessariamente un numero dispari di punti di flesso in $(x_0,+\infty)$;

b) se $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0^+$, allora f ha necessariamente un numero dispari di punti di flesso in $(x_0,+\infty)$;

c) nessuna delle precedenti affermazioni.

Fornire un controesempio per le affermazioni errate.

E4. Determinare le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 4y'(x) + 2x^2 y(x) = 9x^2 \,, \\ y(1) = 4 \,. \end{cases}$$

E5. Determinare l'equazione del piano tangente nel punto $(0, 1)$ al grafico della funzione $f(x, y) = y^2 + e^{xy}$.

E6. Stabilire se l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos x}{\sqrt[3]{1 + \log x}\,(2 + 6x^{7/2})}\, dx$$

esiste finito.

D2. Data la funzione monotona crescente $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, studiare la monotonia e gli estremanti della funzione

$$F(x) = \int_1^x (t^2 - 4) f'(t)\, dt \,.$$

Spazio riservato alla commissione	$E1.$		$E2.$		$E3.$		$D1.$			
	$E4.$		$E5.$		$E6.$		$D2.$		totale	

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 8 giugno 2009	**TEMA/B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Calcolare in $\mathbb{C}$

$$\sqrt[4]{\frac{2-3i}{1+5i}}\,.$$

E2. Verificare che vale la relazione

$$\mathrm{e}^{-2n-\sqrt{n}} = o\left(\left(1-\frac{2}{n}\right)^{n^2}\right)\,.$$

E3. Data la funzione $f : [1,5] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = -\frac{\sqrt[7]{(x-3)^3}}{x}\,,$$

studiarne la derivabilità in $x = 3$ e stabilire la natura di tale punto. Determinare, inoltre, i punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[1,5]$.

D1. Si consideri una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $x_0 \in \mathbb{R}$ sia un punto di massimo relativo con $f(x_0) > 0$, $f''(x_0) < 0$ ed, inoltre, in $(x_0, +\infty)$ la funzione f non ammette altri punti di massimo relativo. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0^-$, allora f ha necessariamente un numero pari di punti di flesso in $(x_0, +\infty)$;

b) se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0^+$, allora f ha necessariamente un numero pari di punti di flesso in $(x_0, +\infty)$;

c) nessuna delle precedenti affermazioni.

Fornire un controesempio per le affermazioni errate.

E4. Determinare le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 4y'(x) - \dfrac{2}{x^2} y(x) = \dfrac{9}{x^2}\,, \\ y(2) = 2\,. \end{cases}$$

E5. Determinare l'equazione del piano tangente nel punto $(1,0)$ al grafico della funzione $f(x,y) = \log(2 + x(y-1)) + x^2 y$.

E6. Stabilire se l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{4 - \sin x}{\sqrt[3]{(\arctan x)^2 (5+2x)^2}}\, dx$$

esiste finito.

D2. Data la funzione monotona decrescente $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, studiare la monotonia e gli estremanti della funzione

$$F(x) = \int_2^x (1 - \mathrm{e}^t) f'(t)\, dt\,.$$

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$	
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐	**TEMA/C**
ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐	Cognome e nome (in stampatello)
Appello del 8 giugno 2009	Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Calcolare in $\mathbb{C}$

$$\sqrt[4]{\frac{2+3i}{1-5i}}\,.$$

E2. Verificare che vale la relazione

$$\mathrm{e}^{-n^2-3n} = o\left(\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^{n^4}\right)\,.$$

E3. Data la funzione $f : [2,6] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{\sqrt[7]{(x-4)^5}}{x-1}\,,$$

studiarne la derivabilità in $x = 4$ e stabilire la natura di tale punto. Determinare, inoltre, i punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[2,6]$.

D1. Si consideri una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $x_0 \in \mathbb{R}$ sia un punto di massimo relativo con $f(x_0) > 0$, $f''(x_0) < 0$ ed, inoltre, in $(x_0, +\infty)$ la funzione f non ammette altri punti di massimo relativo. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0^-$, allora f ha necessariamente un numero pari di punti di flesso in $(x_0, +\infty)$;

b) se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0^+$, allora f ha necessariamente un numero pari di punti di flesso in $(x_0, +\infty)$;

c) nessuna delle precedenti affermazioni.

Fornire un controesempio per le affermazioni errate.

E4. Determinare le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y'(x) - \dfrac{3}{x^3}y(x) = \dfrac{8}{x^3}\,, \\ y(1) = 2\,. \end{cases}$$

E5. Determinare l'equazione del piano tangente nel punto $(2,0)$ al grafico della funzione $f(x,y) = \log(2 - x(y-1)) + x^2y$.

E6. Stabilire se l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{4 - \sin x}{\sqrt[3]{(\arctan x)^2(5+2x)^2}}\,dx$$

esiste finito.

D2. Data la funzione monotona decrescente $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, studiare la monotonia e gli estremanti della funzione

$$F(x) = \int_2^x (\mathrm{e}^t - 1)f'(t)\,dt\,.$$

Spazio riservato alla commissione	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$				
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale			

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 8 giugno 2009	**TEMA/D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Calcolare in $\mathbb{C}$

$$\sqrt[3]{\frac{3+2i}{5-i}}\,.$$

E2. Verificare che vale la relazione

$$\left(1+\frac{4}{n^2}\right)^{2n^4} \sim \mathrm{e}^{8n^2-16}\,.$$

E3. Data la funzione $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{\sqrt[5]{(x-1)^4}}{x+1}\,,$$

studiarne la derivabilità in $x = 1$ e stabilire la natura di tale punto. Determinare, inoltre, i punti di massimo e minimo assoluti di f nell'intervallo $[0,2]$.

D1. Si consideri una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $x_0 \in \mathbb{R}$ sia un punto di massimo relativo con $f(x_0) > 0$, $f''(x_0) < 0$ ed, inoltre, in $(x_0, +\infty)$ la funzione f non ammette altri punti di massimo relativo. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0^-$, allora f ha necessariamente un numero dispari di punti di flesso in $(x_0, +\infty)$;
b) se $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0^+$, allora f ha necessariamente un numero dispari di punti di flesso in $(x_0, +\infty)$;
c) nessuna delle precedenti affermazioni.

Fornire un controesempio per le affermazioni errate.

E4. Determinare le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y'(x) + 3x^3 y(x) = 8x^3\,, \\ y(1) = 2\,. \end{cases}$$

E5. Determinare l'equazione del piano tangente nel punto $(0,2)$ al grafico della funzione $f(x,y) = x^2 + \mathrm{e}^{-xy+y}$.

E6. Stabilire se l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{2+\cos x}{\sqrt[3]{\log(1+x)}(2+6x^{7/2})}\,dx$$

esiste finito.

D2. Data la funzione monotona crescente $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, studiare la monotonia e gli estremanti della funzione

$$F(x) = \int_1^x (9-t^2) f'(t)\,dt\,.$$

Spazio riservato alla commissione										
	$E1.$		$E2.$		$E3.$		$D1.$			
	$E4.$		$E5.$		$E6.$		$D2.$		totale	