

CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3)

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del 8 luglio 2010

TEMA A

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea: Meccanica Elettrica

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.

Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(4 - \frac{1}{n}\right)^{\log n}}{n}.$$

2. Determinare, al variare del parametro reale α la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + y^3(x)(x + e^x) = 0 \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

3. Stabilire se l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x) - x}{x^2 \tan \sqrt{x}} dx$$

esiste finito.

4. Studiare la monotonia della funzione

$$f(x) = e^{2x}(2x - 1) + 8e^x(1 - x),$$

e determinare eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluto.

5. Siano $f, g : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni continue e strettamente positive tali che, per $x \rightarrow 0^+$, si abbia

$$f(x) = x^2 + x^3 + o(x^3) \quad \text{e} \quad g(x) = x^3 + o(x^3).$$

Si consideri la funzione $F : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \frac{xf(x)}{g(x)} & \text{se } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Stabilire se F è continua in $[0, 1]$.

6. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^3y + 4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}.$$



CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3)

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del 8 luglio 2010

TEMA B

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea: Meccanica Elettrica

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.

Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{\left(2 + \frac{1}{n^2}\right)^{\log n}}.$$

2. Determinare, al variare del parametro reale α la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y^5(x)}{4}(3x^2 + \cos x) = 0 \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

3. Stabilire se l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sin(1/x) - 1/x}{\sqrt{x} \log(1 + 1/x^2)} dx$$

esiste finito.

4. Studiare la monotonia della funzione

$$f(x) = e^{4x}(1 - 4x) + 8e^{2x}(2x - 1),$$

e determinare eventuali punti di massimo e minimo locale e/o assoluto.

5. Siano $f, g : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni continue e strettamente positive tali che, per $x \rightarrow 0^+$, si abbia

$$f(x) = 2x^4 + x^6 + o(x^6) \quad \text{e} \quad g(x) = x^3 + o(x^3).$$

Si consideri la funzione $F : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{xg(x)} & \text{se } 0 < x \leq 1, \\ 2 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Stabilire se F è continua in $[0, 1]$.

6. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^3y + 4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}.$$

