ANALISI 1 - I modulo/A	cognome e nome (stampatello)	matricola
8 settembre 2008		

E1. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in I\!R$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log_4(1 + |\alpha| + x) & \text{per } x \geq 0 \\ \mathrm{e}^{1/x} + \dfrac{\mathrm{e}^{2x} - 1}{2x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

è continua su tutto $I\!R$. Per gli eventuali valori di α per cui la funzione assegnata non risultasse continua, determinare i punti di discontinuità e la loro natura.

E2. Si consideri la funzione $f : D \to I\!R$ definita da

$$f(x) = \log\left(\frac{1}{x+1}\right) + 3x\,.$$

Determinare il dominio D. Studiare, inoltre, la monotonia e la concavità di f, determinandone eventuali estremanti e punti di flesso.

E3. Determinare le soluzioni in $\mathbf{C}$ dell'equazione

$$2z^2|z| = 4\overline{z}^{\,2}\,,$$

esprimendole in forma algebrica.

D1. Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali monotona decrescente tale che $a_n \geq 3$ per $n \in I\!N$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

a) esiste $\lim_n a_n \geq 3$; b) $a_n \to 3$ per $n \to +\infty$;
c) $\inf\{a_n\} = 3$; d) $\inf\{a_n\} \geq 3$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore

ANALISI 1 - I modulo/B	cognome e nome (stampatello) matricola
8 settembre 2008	

E1. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in I\!R$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/(x-1)} + 3\dfrac{\sin(x-1)}{x-1} & \text{per } x > 1 \\ \left(\dfrac{1+x^2}{2-x}\right)^{\alpha} + \log(1+|x-1|) & \text{per } x \le 1 \end{cases}$$

è continua su tutto $I\!R$. Per gli eventuali valori di α per cui la funzione assegnata non risultasse continua, determinare i punti di discontinuità e la loro natura.

E2. Si consideri la funzione $f : D \to I\!R$ definita da

$$f(x) = \log(x^2+1) - \arctan x \,.$$

Determinare il dominio D. Studiare, inoltre, la monotonia e la concavità di f, determinandone eventuali estremanti e punti di flesso.

E3. Determinare le soluzioni in **C** dell'equazione

$$3z\overline{z}^{\,2} = 6|z|^2 \,,$$

esprimendole in forma algebrica.

D1. Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali monotona crescente tale che $a_n \le 5$ per $n \in I\!N$. Stabilire, motivando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono esatte:

a) $\sup\{a_n\} = 5$; b) $a_n \to 5$ per $n \to +\infty$;
c) esiste $\lim_n a_n \le 5$; d) $\sup a_n \le 5$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Tempo: 2 ore