ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 8 settembre 2011	**TEMA/A** Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

Spazio riservato alla commissione	$E1.$		$E2.$		$E3.$		$D1.$			
	$E4.$		$E5.$		$E6.$		$D2.$		totale	

E1. Calcolare (se esistono) inf, sup, max, min dell'insieme $\{|x| : (x-2)(x+1) < 0\}$

E2. Risolvere nei complessi l'equazione $(1+i)\overline{z} + (4+2i)z = 6$.

E3. Calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\cos 4x + e^{4x}) - \ln(2)}{(x+1)^4 - 1} .$$

D1. Data una funzione $f \in \mathcal{C}^7(\mathbb{R})$, sia

$$f(x) = \sum_{k=0}^{2} \frac{4^k}{2k+1}(x-3)^{3k+1} + o((x-3)^7)$$

il suo sviluppo di Taylor all'ordine 7 in $x_0 = 3$. Calcolare, se esistono, $f'''(3)$ e $f^{(vii)}(3)$.

E4. Trovare i punti critici di $f(x,y) = x^3 + x^2 + y^2 + 2xy - 3x + 1$ e classificarli.

E5. Calcolare

$$\iint_D \sqrt{(x^2+y^2)}\, dx\, dy$$

ove $D = \{(x,y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9,\ 0 \leq y \leq x\}$.

E6. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'(t) = 6\frac{(y(t)^2)^{\frac{1}{3}}\cos t}{1+2\sin t}\,,$$

con condizione iniziale $y(0) = \alpha \in \mathbb{R}$.

D2. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti equazioni differenziali ha la proprietà che tutte le sue soluzioni sono crescenti fornendo un controesempio per quelle false:

$a)$ $y'(t) = -y(t);$

$b)$ $y'(t) = y(t)$;

$c)$ $y'(t) = y(t)^2 + 1$

$d)$ $y'(t) = y(t)^2 - 1.$

ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐	**TEMA/B**
ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐	Cognome e nome (in stampatello)
Appello del 8 settembre 2011	

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$ ☐	$E2.$ ☐	$E3.$ ☐	$D1.$ ☐	
	$E4.$ ☐	$E5.$ ☐	$E6.$ ☐	$D2.$ ☐	totale ☐

E1. Calcolare (se esistono) inf, sup, max, min dell'insieme $\{|x| : (x-1)(x+4) < 0\}$

E2. Risolvere nei complessi l'equazione $(1-i)\overline{z} + (4-2i)z = 6$

E3. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(\cos x + e^{6x}) - \ln(2)}{(x+1)^4 - 1}\,.$$

D1. Data una funzione $f \in \mathcal{C}^7(\mathbb{R})$, sia

$$f(x) = \sum_{k=0}^{2} \frac{4^k}{2k+1}(x-3)^{3k+1} + o((x-3)^7)$$

il suo sviluppo di Taylor all'ordine 7 in $x_0 = 3$. Calcolare, se esistono, $f'''(3)$ e $f^{(vii)}(3)$.

E4. Trovare i punti critici di $f(x,y) = y^3 + y^2 + x^2 + 2xy - 3y + 1$ e classificarli.

E5. Calcolare

$$\iint_D (x^2+y^2)\,dx\,dy$$

ove $D = \{(x,y) : 1 \le x^2+y^2 \le 4,\ 0 \le x \le y\}$.

E6. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'(t) = 6\frac{(y(t)^4)^{\frac{1}{5}}\sin t}{1 + 2\cos t}\ ,$$

con condizione iniziale $y(0) = \alpha \in \mathbb{R}$.

D2. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti equazioni differenziali ha la proprietà che tutte le sue soluzioni sono crescenti fornendo un controesempio per quelle false:

$$\begin{aligned} &a) \quad y'(t) = -y(t); \\ &b) \quad y'(t) = y(t)\ ; \\ &c) \quad y'(t) = y(t)^2 + 1 \\ &d) \quad y'(t) = y(t)^2 - 1. \end{aligned}$$
