CALCOLO DIFF. e INT./A appello del 9 gennaio 2006	cognome e nome firma

1. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x}[\sin(2x^{4/3}) - 2x^{4/3}]}{\log(1+x^3)} .$$

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (e^x - x)(y(x)+1) , \\ \\ y(0) = \alpha , \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 0$.
2. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = -1$.
3. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = -1 - e$.

---

3. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^{3/2} \log(1+x)} ,$$

è integrabile in senso improprio in $(0, +\infty)$.

---

4. Determinare il campo di esistenza della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\arcsin\big(\log(1+2x)\big)}{\sqrt[4]{x^2+y^2-1}} .$$

---

5. Si consideri la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + e^x}{2x - 1} .$$

Determinare il campo di esistenza D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

6. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti funzioni ha una cuspide in $x = 0$:

$A)$ $f(x) = 1 + \sin|x|$ $\qquad$ $B)$ $f(x) = 1 + \sin x^2$

$C)$ $f(x) = 1 + \sin\sqrt{|x|}$ $\qquad$ $D)$ $f(x) = 1 + \sin\sqrt{|x+1|}$

Tempo: **3 ore**

CALCOLO DIFF. e INT./B appello del 9 gennaio 2006	cognome e nome firma

1. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{e}^x(\sinh x^3 - x^3)}{\log(1+x^9)} .$$

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (\mathrm{e}^{2x} + x^2)(y(x) - 1) , \\ \\ y(0) = \alpha , \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 1 + \sqrt{\mathrm{e}}$.
2. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 1$.
3. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 0$.

---

3. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{(\sin x)^2}{x^2 \log(1+x^2)} ,$$

è integrabile in senso improprio in $(0, +\infty)$.

---

4. Determinare il campo di esistenza della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\arcsin\big(\log(1-3x)\big)}{\sqrt[2]{4 - x^2 - y^2}} .$$

---

5. Si consideri la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + \mathrm{e}^{-x}}{3x+1} .$$

Determinare il campo di esistenza D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

6. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti funzioni ha un angolo in $x = 0$:

$A)\ f(x) = 2 + \sin|x|$ $\qquad B)\ f(x) = 2 - \sin x^2$

$C)\ f(x) = 1 - \sin\sqrt{|x|}$ $\qquad D)\ f(x) = \sin|x+1|$

Tempo:
3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./C	cognome e nome firma
appello del 9 gennaio 2006	

1. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}(\sinh(2x^{1/3}) - 2x^{1/3})}{\log(1+x)} .$$

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (e^x - x)(y(x) - 1), \\ \\ y(0) = \alpha, \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 1 + e$.
2. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 1$.
3. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 0$.

---

3. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{(\sin x)^2}{x^2 \log(1 + x^{3/2})},$$

è integrabile in senso improprio in $(0, +\infty)$.

---

4. Determinare il campo di esistenza della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\arcsin\big(\log(1-2x)\big)}{\sqrt[4]{1 - x^2 - y^2}} .$$

---

5. Si consideri la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{2x^2 + 2e^{-x}}{2x + 1} .$$

Determinare il campo di esistenza D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

6. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti funzioni ha un angolo in $x = 0$:

$A)\ f(x) = 2\sin|x+1|$ $\qquad B)\ f(x) = \sin x^2$

$C)\ f(x) = \sin\sqrt{|x|} - 1$ $\qquad D)\ f(x) = \sin|x| - 2$

Tempo:
3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./D appello del 9 gennaio 2006	cognome e nome firma

1. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x/2}(\sin(4x^2)-4x^2)}{\log(1+x^3)} .$$

---

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = (e^{2x}+x^2)(y(x)+1)\,, \\ \\ y(0)=\alpha\,, \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = 0$.
2. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = -1$.
3. Determinare la soluzione $y(x)$ del precedente problema di Cauchy, per $\alpha = -1-\sqrt{e}$.

---

3. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{1-\cos x}{x^{3/2}\log(1+x^{2/3})}\,,$$

è integrabile in senso improprio in $(0,+\infty)$.

---

4. Determinare il campo di esistenza della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\arcsin\big(\log(1+3x)\big)}{\sqrt[2]{x^2+y^2-4}} .$$

---

5. Si consideri la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{2x^2+e^x}{3x-1} .$$

Determinare il campo di esistenza D , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

6. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti funzioni ha una cuspide in $x=0$:

$A)$ $f(x) = \sin|x|-1$ $\qquad B)$ $f(x) = \sin\sqrt{|x|}$

$C)$ $f(x) = \sin\sqrt{|x+1|}-2$ $\qquad D)$ $f(x) = 1+\sin x^2$

Tempo: **3 ore**