ANALISI I (h. 2.30) Appello del **9 Gennaio 2019**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\sin\left(\frac{2}{n^2+n}\right)\right)^{n^2+1}.$$

---

2. Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo della funzione $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x)=\int_2^x \frac{\frac{1}{4^t}-\frac{3}{2^t}+2}{t^2+1}\,dt\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x)=\dfrac{y(x)}{1+\mathrm{e}^{-x}}+\dfrac{4}{y(x)(1+\mathrm{e}^{-x})}, \\ y(0)=\sqrt{12}. \end{cases}$$

---

4. Stabilire, al variare del parametro $\alpha>0$, se l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty}\frac{\log(1+\mathrm{e}^{x^2})}{2+3x^{5/2}+x^{3\alpha}+12x}\,dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi, tali che $\sqrt[n]{a_n}\to 1/2$, per $n\to+\infty$, e $\{b_n\}$ è limitata. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n \quad \text{converge;} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{a_n} \quad \text{diverge;}$$

$$c)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n}{b_n} \quad \text{converge;} \qquad d)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{b_n}{a_n} \quad \text{diverge.}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **9 Gennaio 2019**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\tan\left(\frac{3}{n^4+2n}\right)\right)^{n^4+n^3}.$$

---

2. Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo della funzione $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x)=\int_4^x \frac{\frac{5}{4^t}-\frac{1}{(16)^t}-4}{t^4+2}\,dt\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x)=\dfrac{y(x)}{2+\mathrm{e}^{-x}}+\dfrac{3}{y(x)(2+\mathrm{e}^{-x})}, \\ y(0)=2\sqrt{3}. \end{cases}$$

---

4. Stabilire, al variare del parametro $\alpha>0$, se l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty}\frac{5+x^{1/2}+2x^{2\alpha}+4x^{1/4}}{\log(1+\mathrm{e}^{x^3})}\,dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi, tali che $a_n\to 0$ e $\sqrt[n]{b_n}\to 1/4$, per $n\to+\infty$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n}{b_n}\ \text{converge;}\qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty}a_n^2 b_n\ \text{converge;}$$

$$c)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{b_n}\ \text{diverge;}\qquad d)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{b_n}{a_n}\ \text{diverge.}$$

ANALISI I (h. 2.30)	**TEMA C**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
9 Gennaio 2019	Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\tanh\left(\frac{5}{n^4+n}\right)\right)^{n^4+4n^2}.$$

---

2. Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo della funzione $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x)=\int_5^x \frac{\frac{6}{5^t}-\frac{1}{(25)^t}-5}{t^2+2}\,dt\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x)=\dfrac{y(x)}{2+3e^{-x}}+\dfrac{5}{y(x)(2+3e^{-x})}, \\ y(0)=\sqrt{10}. \end{cases}$$

---

4. Stabilire, al variare del parametro $\alpha>0$, se l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty}\frac{3+2x^{3/2}+5x^{4\alpha}+x^{1/2}}{\log(1+e^{x^5})}\,dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi, tali che $a_n\to 0$ e $\sqrt[n]{b_n}\to 1/4$, per $n\to+\infty$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

$a)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n}{b_n}$ converge; $b)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}a_n^2 b_n$ converge;

$c)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{b_n}$ diverge; $d)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{b_n}{a_n}$ diverge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **9 Gennaio 2019**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\sinh\left(\frac{4}{n^2+1}\right)\right)^{n^2+n}.$$

---

2. Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo della funzione $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x)=\int_3^x \frac{\frac{1}{9^t}-\frac{4}{3^t}+3}{t^4+1}\,dt\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x)=\dfrac{y(x)}{1+2\mathrm{e}^{-x}}+\dfrac{9}{y(x)(1+2\mathrm{e}^{-x})}, \\ y(0)=3\sqrt{8}. \end{cases}$$

---

4. Stabilire, al variare del parametro $\alpha>0$, se l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty}\frac{\log(1+\mathrm{e}^{x^4})}{1+4x^{9/2}+2x^{5\alpha}+3x}\,dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi, tali che $\sqrt[n]{a_n}\to 1/2$, per $n\to+\infty$, e $\{b_n\}$ è limitata. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} a_nb_n \quad \text{converge;} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{a_n} \quad \text{diverge;}$$

$$c)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n}{b_n} \quad \text{converge;} \qquad d)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{b_n}{a_n} \quad \text{diverge.}$$