A N A L I S I / A	cognome e nome	matricola
10 gennaio 2003		

E1. Siano date le funzioni

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x}(3x^2 + 4x - 4) \qquad \text{e} \qquad g(x) = |f(x)| \ .$$

1.1* Determinare massimi e minimi relativi di f e di g nell'intervallo $[-2, 3]$.

1.2 Considerata la funzione $f(x)$, determinare: insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità, derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Disegnare, infine, il grafico delle funzioni f e g.

E2. Sia data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[5]{xy^3}.$$

2.1* Stabilire se f è continua in $\mathbb{R}^2$ e calcolarne le derivate parziali nel punto $(x, y) = (2, 1)$.

2.2 Stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$ e calcolarne la derivata direzionale lungo la generica direzione $\vec{v}$, nel punto $(2, 1)$.

E3***.** Determinare i numeri complessi $z \in \mathbf{C} \setminus \{0\}$ che soddisfano l'equazione

$$\frac{z\,|z|^2}{\overline{z}} = -i \ ,$$

ed esprimerli in forma algebrica.

E4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale lineare

$$y''(x) + 4\pi^2 y(x) = 0 \ .$$

Determinare tutte le soluzioni della precedente equazione, che soddisfano le condizioni

$$y\,(0) = y\,(2) = 0 \ .$$

D1.

1.1* Enunciare le relazioni fra continuità e derivabilità in un punto, per una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

1.2 Dimostrare l'implicazione corretta e provare con esempi che l'altra implicazione non vale.

D2.

2.1* Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

2.1 Dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.

A N A L I S I / B 10 gennaio 2003	cognome e nome	matricola

E1. Siano date le funzioni

$$f(x) = \mathrm{e}^x(3x^2 - 4x - 4) \qquad \text{e} \qquad g(x) = -|f(x)| \ .$$

1.1* Determinare massimi e minimi relativi di f e di g nell'intervallo $[-3, 2]$.

1.2 Considerata la funzione $f(x)$, determinare: insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità, derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Disegnare, infine, il grafico delle funzioni f e g.

E2. Sia data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 y}.$$

2.1* Stabilire se f è continua in $\mathbb{R}^2$ e calcolarne le derivate parziali nel punto $(x, y) = (1, 2)$.

2.2 Stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$ e calcolarne la derivata direzionale lungo la generica direzione $\vec{v}$, nel punto $(1, 2)$.

E3*. Determinare i numeri complessi $z \in \mathbf{C} \setminus \{0\}$ che soddisfano l'equazione

$$\frac{z\,|z|^2}{\overline{z}} = 1 \ ,$$

ed esprimerli in forma algebrica.

E4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale lineare

$$y''(x) + \frac{\pi^2}{16} y(x) = 0 \ .$$

Determinare tutte le soluzioni della precedente equazione, che soddisfano le condizioni

$$y\,(2) = y\,(6) = 0 \ .$$

D1.

1.1* Enunciare le relazioni fra continuità e derivabilità in un punto, per una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

1.2 Dimostrare l'implicazione corretta e provare con esempi che l'altra implicazione non vale.

D2.

2.1* Enunciare il teorema della media.

2.1 Dimostrare il teorema della media.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.

A N A L I S I / C 10 gennaio 2003	cognome e nome	matricola

E1. Siano date le funzioni

$$f(x) = \mathrm{e}^x(3x^2 + 8x) \qquad \text{e} \qquad g(x) = -|f(x)| \ .$$

1.1* Determinare massimi e minimi relativi di f e di g nell'intervallo $[-6, 1]$.

1.2 Considerata la funzione $f(x)$, determinare: insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità, derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Disegnare, infine, il grafico delle funzioni f e g.

E2. Sia data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[3]{xy^2}.$$

2.1* Stabilire se f è continua in $I\!R^2$ e calcolarne le derivate parziali nel punto $(x, y) = (1, 1)$.

2.2 Stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$ e calcolarne la derivata direzionale lungo la generica direzione $\vec{v}$, nel punto $(1, 1)$.

E3*. Determinare i numeri complessi $z \in \mathbf{C} \setminus \{0\}$ che soddisfano l'equazione

$$\frac{z\,|z|^2}{\overline{z}} = -1 \ ,$$

ed esprimerli in forma algebrica.

E4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale lineare

$$y''(x) + \frac{\pi^2}{4} y(x) = 0 \ .$$

Determinare tutte le soluzioni della precedente equazione, che soddisfano le condizioni

$$y\,(1) = y\,(3) = 0 \ .$$

D1.

1.1* Enunciare le relazioni fra continuità e derivabilità in un punto, per una funzione $f : [a, b] \to I\!R$.

1.2 Dimostrare l'implicazione corretta e provare con esempi che l'altra implicazione non vale.

D2.

2.1* Enunciare il teorema della media.

2.1 Dimostrare il teorema della media.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.

A N A L I S I / D	cognome e nome	matricola
10 gennaio 2003		

E1. Siano date le funzioni

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x}(3x^2 - 8x) \qquad \text{e} \qquad g(x) = |f(x)| \ .$$

1.1* Determinare massimi e minimi relativi di f e di g nell'intervallo $[-1, 6]$.

1.2 Considerata la funzione $f(x)$, determinare: insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, continuità, derivabilità, monotonia, concavità e convessità. Disegnare, infine, il grafico delle funzioni f e g.

E2. Sia data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[5]{x^2 y}.$$

2.1* Stabilire se f è continua in $\mathbb{R}^2$ e calcolarne le derivate parziali nel punto $(x, y) = (2, 2)$.

2.2 Stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$ e calcolarne la derivata direzionale lungo la generica direzione $\vec{v}$, nel punto $(2, 2)$.

E3*. Determinare i numeri complessi $z \in \mathbf{C} \setminus \{0\}$ che soddisfano l'equazione

$$\frac{z\,|z|^2}{\overline{z}} = i \ ,$$

ed esprimerli in forma algebrica.

E4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale lineare

$$y''(x) + \pi^2 y(x) = 0 \ .$$

Determinare tutte le soluzioni della precedente equazione, che soddisfano le condizioni

$$y\,(0) = y\,(2) = 0 \ .$$

D1.

1.1* Enunciare le relazioni fra continuità e derivabilità in un punto, per una funzione $f : [a, b] \to \mathbb{R}$.

1.2 Dimostrare l'implicazione corretta e provare con esempi che l'altra implicazione non vale.

D2.

2.1* Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

2.1 Dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Tempo: 3 ore . Per superare l'esame è necessario svolgere almeno gli esercizi e le domande contrassegnate da asterisco.