ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2018**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\overline{z}^3 - 3z|z| = 0\,,$$

e scriverle, poi, in forma algebrica (o cartesiana).

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[1+\sin\left(\frac{3}{n}\right)\right]^{n^2}}{e^{3n}}\,.$$

N.B. Si ricorda che $\sin x = x + o(x^2)$, per $x \to 0$.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y'(x) - 5y(x) = 4e^{-x}$$

che sono infinitesime per $x \to +\infty$.

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, se l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{x^{\alpha-1}}\,\log\left(1+\frac{1}{x^2+2x}\right)dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f : [-1,1] \to (0,1]$ una funzione continua. Dimostrare che esiste ed è unica la soluzione dell'equazione

$$\int_0^x |t|f(t)\,dt + x^2 = 1$$

nell'intervallo $[-1,1]$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2018**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\overline{z}^4 - 4z^2|z| = 0\,,$$

e scriverle, poi, in forma algebrica (o cartesiana).

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{4n^2}}{\left[1 + 4\tanh\left(\frac{1}{n^2}\right)\right]^{n^4}}\,.$$

N.B. Si ricorda che $\tanh x = x + o(x^2)$, per $x \to 0$.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 3y'(x) - 4y(x) = 3e^x$$

che sono infinitesime per $x \to -\infty$.

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, se l'integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x^{2\alpha+1}}}{\log(1 + x + 2x^2)}\,dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f : [-2, 2] \to [-1, 0)$ una funzione continua. Dimostrare che esiste ed è unica la soluzione dell'equazione

$$\int_0^x |t| f(t)\,dt - x^2 = -4$$

nell'intervallo $[-2, 2]$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2018**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\overline{z}^5 - 5z|z|^5 = 0\,,$$

e scriverle, poi, in forma algebrica (o cartesiana).

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{5n^2}}{\left[1+5\tan\left(\frac{1}{n^2}\right)\right]^{n^4}}\,.$$

N.B. Si ricorda che $\tan x = x + o(x^2)$, per $x \to 0$.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = 2e^x$$

che sono infinitesime per $x \to -\infty$.

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, se l'integrale

$$\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x^{1-2\alpha}}}{\log(1+2x^2+x^3)}\,dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f : [-2,2] \to [-1,0)$ una funzione continua. Dimostrare che esiste ed è unica la soluzione dell'equazione

$$\int_0^x |t| f(t)\,dt - x^2 = -4$$

nell'intervallo $[-2,2]$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2018**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\overline{z}^2 - 2z^2|z| = 0\,,$$

e scriverle, poi, in forma algebrica (o cartesiana).

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left[1+\sinh\left(\frac{2}{n}\right)\right]^{n^2}}{\mathrm{e}^{2n}}\,.$$

N.B. Si ricorda che $\sinh x = x + o(x^2)$, per $x \to 0$.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 5y'(x) - 6y(x) = 5\mathrm{e}^{-x}$$

che sono infinitesime per $x \to +\infty$.

---

4. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, se l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{x^{1-\alpha}}\,\log\left(1+\frac{1}{2x^3+x}\right)\,dx$$

converge.

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema della media integrale.

ii) **Facoltativo:** Sia $f : [-1,1] \to (0,1]$ una funzione continua. Dimostrare che esiste ed è unica la soluzione dell'equazione

$$\int_0^x |t|f(t)\,dt + x^2 = 1$$

nell'intervallo $[-1,1]$.