ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2015**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare lo sviluppo di Mc Laurin di grado 3 della successione

$$a_n := \sin\left[1 - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right].$$

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sinh(x^2-9)}{\exp[\sinh\big(\log(4-x)\big)]-1}.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$4y''(x) - 3y(x) = 38[(\cos x)^2 - (\sin x)^2],$$

che siano limitate per $x \to +\infty$.

---

4. Determinare il dominio e gli eventuali estremanti relativi della funzione

$$F(x) = \int_1^{1+x^2} \frac{\log^2(\sqrt{t}) - \log(\sqrt{t})}{1+|t|}\, dt.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ una funzione tale che $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ ed $f(0) = 1$. Si consideri la funzione $F : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x \left[f(t) + \int_0^t f(s)\, ds\right] dt, \qquad \text{per } x \ge 0.$$

(i) Determinare una condizione differenziale su f (cioè una disuguaglianza che coinvolga f e le sue derivate) che assicuri la concavità della funzione F .
(ii) **FAC.** Stablire quali informazioni fornisce su f tale condizione.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2015**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare lo sviluppo di Mc Laurin di grado 15 della successione

$$a_n := \sinh\left[1-\cosh\left(\frac{1}{n^{5/2}}\right)\right].$$

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{x\to 2}\frac{\log[1+\sin\big(\log(x-1)\big)]}{\sin(x^2-4)}.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$4y''(x)+3y(x)=52\sin x\cos x\,,$$

che siano periodiche di periodo π .

---

4. Determinare il dominio e gli eventuali estremanti relativi della funzione

$$F(x)=\int_0^{x^2}\frac{\log^2(1+\sqrt{t})-\log(1+\sqrt{t})}{t^2+1}\,dt\,.$$

---

5. Sia $f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$ una funzione tale che $f\in\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ ed $f(0)=1$. Si consideri la funzione $F:(-\infty,0]\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x)=\int_0^x\left[\int_t^0 f(s)\,ds+f(t)\right]dt\,,\qquad \text{per } x\le 0\,.$$

(i) Determinare una condizione differenziale su f (cioè una disuguaglianza che coinvolga f e le sue derivate) che assicuri la convessità della funzione F .

(ii) **FAC.** Stablire quali informazioni fornisce su f tale condizione.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2015**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare lo sviluppo di Mc Laurin di grado 21 della successione

$$a_n := \sinh\left[\cosh\left(\frac{1}{n^{7/2}}\right) - 1\right].$$

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{x\to 1/2} \frac{\log[1+\sin\big(\log(4x-1)\big)]}{\sin(4x^2-1)}.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$3y''(x) + 4y(x) = -32\sin x\cos x\,,$$

che siano periodiche di periodo π .

---

4. Determinare il dominio e gli eventuali estremanti relativi della funzione

$$F(x) = \int_{x^4}^{0} \frac{\log^2(1+\sqrt[4]{t}) - \log(1+\sqrt[4]{t})}{t^2+1}\,dt\,.$$

---

5. Sia $f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$ una funzione tale che $f\in\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ ed $f(0)=1$. Si consideri la funzione $F:(-\infty,0]\to\mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x \left[\int_t^0 f(s)\,ds + f(t)\right] dt\,, \qquad \text{per } x\le 0\,.$$

(i) Determinare una condizione differenziale su f (cioè una disuguaglianza che coinvolga f e le sue derivate) che assicuri la convessità della funzione F .

(ii) **FAC.** Stablire quali informazioni fornisce su f tale condizione.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2015**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare lo sviluppo di Mc Laurin di grado 9 della successione

$$a_n := \sin\left[\cos\left(\frac{1}{n^{3/2}}\right) - 1\right].$$

---

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{x\to 1/3} \frac{\sinh(1-9x^2)}{\exp[\sinh\big(\log(12x-3)\big)] - 1}.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$3y''(x) - 4y(x) = 32[(\sin x)^2 - (\cos x)^2],$$

che siano limitate per $x \to -\infty$.

---

4. Determinare il dominio e gli eventuali estremanti relativi della funzione

$$F(x) = \int_{1+x^4}^{1} \frac{\log^2(\sqrt[4]{t}) - \log(\sqrt[4]{t})}{1+|t|}\, dt.$$

---

5. Sia $f : \mathbb{R} \to (0,+\infty)$ una funzione tale che $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ ed $f(0) = 1$. Si consideri la funzione $F : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x \left[f(t) + \int_0^t f(s)\, ds\right] dt, \qquad \text{per } x \geq 0.$$

(i) Determinare una condizione differenziale su f (cioè una disuguaglianza che coinvolga f e le sue derivate) che assicuri la concavità della funzione F .

(ii) **FAC.** Stablire quali informazioni fornisce su f tale condizione.