

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30)

ANALISI I (h. 2) I Mod. II Mod.

Appello del 10 Settembre 2009

TEMA/A

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea: Informatica Automatica

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^2 + 2z - 8)(z^3 + 1) = 0.$$

E2. Calcolare al variare del parametro $\alpha \geq 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \sin\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)}{x^2 + 1}.$$

E3. Determinare estremanti e flessi della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{9}{4}x^4 - 6x^3 + \frac{9}{2}x^2.$$

D1. Data $f \in \mathcal{C}^1([-3, 5])$, con $f'(-3) = 3$ ed $f'(5) = -5$, verificare che ammette almeno un punto stazionario in $(-3, 5)$.

E4. Calcolare

$$\iint_E \frac{3x \log(x^2 + y^2)}{y(x^2 + y^2)} dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

E5. Determinare il campo di esistenza D della funzione $f(x, y) = \frac{\sqrt{y-x^2}}{1+\log^2[1-(x^2+y^2)]}$ e fornirne una rappresentazione grafica.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y(x) = 4e^{2x} + e^x.$$

D2. Si consideri una funzione $f \in C^1(\mathbb{R})$ con $f'(x) > 0$ per $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ed $f'(1) = 0$ e la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x \frac{f''(t)}{1 + [f'(t)]^2} dt.$$

Verificare che $F(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Spazio riservato
alla commissione

E1.

E2.

E3.

D1.

E4.

E5.

E6.

D2.

totale

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30)

ANALISI I (h. 2) I Mod. II Mod.

Appello del 10 Settembre 2009

TEMA/B

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea: Informatica Automatica

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^2 + z - 2)(z^3 + z) = 0.$$

E2. Calcolare al variare del parametro $\alpha \geq 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x^\alpha + 1}.$$

E3. Determinare estremanti e flessi della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2.$$

D1. Data $f \in \mathcal{C}^2([-3, 5])$, con $f''(-3) = -3$, $f''(5) = 5$ ed f'' strettamente crescente, verificare che ammette un unico punto di flesso in $(-3, 5)$.

E4. Calcolare

$$\iint_E \frac{4y \log(x^2 + y^2)}{x(x^2 + y^2)} dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$.

E5. Determinare il campo di esistenza D della funzione $f(x, y) = \frac{\sqrt{-y-x^2}}{1+\log^2(x^2+y^2-1)}$ e fornirne una rappresentazione grafica.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 9y(x) = 6e^{-3x} - e^x.$$

D2. Si consideri una funzione $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ con $f'(x) > 1$ per $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ed $f'(0) = 1$ e la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x \frac{f''(t)}{f'(t)} dt.$$

Verificare che $F(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Spazio riservato
alla commissione

E1.

E2.

E3.

D1.

E4.

E5.

E6.

D2.

totale