AUTOVALUTAZIONE 10 Dicembre 2001	cognome e nome	matricola

E1*. Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ tali che

$$(z-i)^3 = \frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}} \; .$$

E2*. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log\left(1+\frac{3}{n^2}\right)}{\sin\left(\frac{2}{n^2}\right)} \; .$$

E3*. Calcolare $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$, dove

$$f(x,y) = \log(1+xy) + \mathrm{e}^{3x+2y} \; .$$

E4*. Calcolare $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^2(y-1)^3}{[x^2+(y-1)^2]^{5/2}}$.

E5. Calcolare

$$\iint_E \frac{y\exp(x/\sqrt{x^2+y^2})}{(x^2+y^2)^{1/2}}\; dx\; dy$$

dove $E = \{(x,y) \in I\!R^2 \;:\; 1 < x^2+y^2 < 4\;,\; y > x\;,\; x > 0\} \bigcup$
$\{(x,y) \in I\!R^2 \;:\; 1 < x^2+y^2 < 4\;,\; -\sqrt{3}x < y\;,\; x < 0\}$.

E6. Stabilire se la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(y^2-1)(3x+1)\sin(x^5)}{x^4+(y-1)^8} & \text{se } (x,y) \neq (0,1) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

è continua e differenziabile in $(0,1)$.

E7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \mathrm{e}^x y^2(x) \\ y(0) = 1\; . \end{cases}$$

D1. Stabilire se esiste il $\displaystyle\lim_{x\to0^+}(\mathrm{e}^{-x} + \cos(3/x)$.

D2. Scrivere la definizione di funzione derivabile in un punto $x_0 \in I\!R$.

D3. Data la funzione

$$f(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3k}{k(k+1)\mathrm{e}^k}(x-2)^{k(2k+1)}\; ,$$

calcolare la derivata di ordine 37 di f nel punto $x_0 = 2$.

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .