

1. Sia assegnata in \mathbb{R} la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1/n^2 + n^2} (x-2)^n.$$

- a) Calcolare il raggio di convergenza di tale serie.
b) Determinare l'insieme massimale di convergenza.

-
2. Determinare le eventuali soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$x^2 y''(x) + x y'(x) + 4y(x) = \frac{5}{x}$$

che soddisfino le condizioni:

$$y(1) = 1 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0.$$

-
3. Calcolare

$$\iint_T \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy,$$

dove $T \subseteq \mathbb{R}^2$ è l'insieme definito da $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

-
4. Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{e^{z^2}}{1+z^2} \quad z \in \mathbb{C}.$$

- a) Determinare insieme di definizione e di olomorfia di f .
b) Calcolare il residuo relativo agli eventuali poli di f .

