ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2012**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(3z+1)^3 + 8 = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\log\left(\sin\frac{1}{n}+1\right)\right]^{3\alpha^2-1}}{\sin\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^{1/3}-1\right]}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + y^3(x)\log x = 0\,, \\ y(1) = 1\,. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = |x|^{x^2}\,,$$

stabilire se essa è prolungabile con continuità in $x = 0$ e, in caso affermativo, stabilire se la funzione prolungata è anche derivabile in $x = 0$.

---

5. Siano $f, g : [0,1] \to [0,+\infty)$ due funzioni tali che, per $x \to 0^+$, $f(x) \sim x^3$ e $g(x) \sim x^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti serie a termini non negativi convergono e quali divergono:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\frac{1}{n^2}\right)}{g\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)}{g\left(\frac{1}{n^2}\right)}$$

$$c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\sin\frac{1}{n}\right)}{f\left(\log\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\right)} \qquad d)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\log\left(1+\frac{1}{n^3}\right)\right)}{f\left(\sin\frac{1}{n}\right)}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2012**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(4z-1)^4 - 16 = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sinh\left[\left(1+\frac{5}{n}\right)^3 - 1\right]}{\left[\sinh\left(\log\left(1+\frac{5}{n}\right)\right)\right]^{\alpha^2-4}}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + y^4(x)\arctan x = 0\,, \\ y(0) = 1\,. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{|x|^x}\,,$$

stabilire se essa è prolungabile con continuità in $x = 0$ e, in caso affermativo, stabilire se la funzione prolungata è anche derivabile in $x = 0$.

---

5. Siano $f, g : [0,1] \to [0,+\infty)$ due funzioni tali che, per $x \to 0^+$, $f(x) \sim x^3$ e $g(x) \sim x^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti serie a termini non negativi convergono e quali divergono:

$$a) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\sin\frac{1}{n}\right)}{g\left(\log\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)} \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\frac{1}{n^2}\right)}{f\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)}$$

$$c) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\log\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\right)}{g\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)} \qquad d) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\sin\frac{1}{n}\right)}{f\left(\log\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2012**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(3z-1)^4 + 16 = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin\left[\log\left(1+\frac{7}{n}\right)\right]}{\left[\sinh\left(\left(1+\frac{7}{n}\right)^{1/2}-1\right)\right]^{1-2\alpha^2}}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 2y^3(x)\arctan x = 0\,, \\ y(0) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $f : \mathbb{R}\setminus\{-1\} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{|x+1|^{(x+1)}}\,,$$

stabilire se essa è prolungabile con continuità in $x = -1$ e, in caso affermativo, stabilire se la funzione prolungata è anche derivabile in $x = -1$.

---

5. Siano $f, g : [0,1] \to [0,+\infty)$ due funzioni tali che, per $x \to 0^+$, $f(x) \sim x^3$ e $g(x) \sim x^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti serie a termini non negativi convergono e quali divergono:

$$a)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\sin\frac{1}{n}\right)}{f\left(\log\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)} \qquad b)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\log\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\right)}{g\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)}$$

$$c)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\sin\frac{1}{n}\right)}{g\left(\log\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)} \qquad d)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\frac{1}{n^2}\right)}{f\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **11 Gennaio 2012**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(4z+1)^3 - 8 = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\sin\left(\left(1+\frac{2}{n}\right)^{4/5} - 1\right)\right]^{4-\alpha^2}}{\log\left(\sinh\frac{2}{n} + 1\right)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - y^4(x)\log x^2 = 0\,, \\ y(1) = 1/\sqrt[3]{6}\,. \end{cases}$$

---

4. Data la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = |x-1|^{(x-1)^2}\,,$$

stabilire se essa è prolungabile con continuità in $x = 1$ e, in caso affermativo, stabilire se la funzione prolungata è anche derivabile in $x = 1$.

---

5. Siano $f, g : [0,1] \to [0, +\infty)$ due funzioni tali che, per $x \to 0^+$, $f(x) \sim x^3$ e $g(x) \sim x^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti serie a termini non negativi convergono e quali divergono:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\sin\frac{1}{n}\right)}{f\left(\log\left(1+\frac{1}{n^2}\right)\right)} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\frac{1}{n^2}\right)}{g\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)}$$

$$c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{g\left(\log\left(1+\frac{1}{n^3}\right)\right)}{f\left(\sin\frac{1}{n}\right)} \qquad d)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f\left(\frac{1}{n\sqrt{n}}\right)}{g\left(\frac{1}{n^2}\right)}$$