

Appello del

11 Gennaio 2016

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $8z^4 = z$ ed esprimerle in forma algebrica.

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{2 \sin(1/n)} - 1 - (2/n) - (2/n^2)}{2/n^3}.$$

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2e^{2x} y^2(x) = -2e^{2x}, \\ y(\log \sqrt{\pi/4}) = -1. \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sinh x}{\sqrt{x} [\log(1+x)]^\alpha} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, strettamente decrescente e tale che $f(0) = 0$. Dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x f^2(t)t dt$$

ha un unico punto di minimo in $x_0 = 0$ e non ha flessi. Dimostrare, inoltre, che il valore minimo di F è negativo.



1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $27z^4 = iz$ ed esprimerle in forma algebrica.

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin[4(e^{1/n} - 1)] - (4/n) - (2/n^2)}{4/n^3}.$$

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{2}{x^3} y^2(x) = -\frac{2}{x^3}, \\ y(\sqrt{3/\pi}) = \sqrt{3}. \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x} \log(1 + \sqrt{x})}{(\tanh x)^\alpha} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, strettamente decrescente e tale che $f(0) = 0$. Dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x f^3(t) t^2 dt$$

ha un unico punto di massimo in $x_0 = 0$ e non ha flessi. Dimostrare, inoltre, che il valore massimo di F è positivo.



Appello del

11 Gennaio 2016

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $z^4 = -27iz$ ed esprimerle in forma algebrica.

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5/n^3}{\sin[2(e^{1/n} - 1)] - (2/n) - (1/n^2)}.$$

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{1}{x^2} y^2(x) = \frac{1}{x^2}, \\ y(3/\pi) = -\sqrt{3}. \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{x^\alpha \log(1 + \sqrt[3]{x})}{\tanh x} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, strettamente decrescente e tale che $f(0) = 0$. Dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x f^3(t) t^2 dt$$

ha un unico punto di massimo in $x_0 = 0$ e non ha flessi. Dimostrare, inoltre, che il valore massimo di F è positivo.



Appello del

11 Gennaio 2016

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $z^4 = -8z$ ed esprimerle in forma algebrica.

2. Calcolare il seguente

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8/n^3}{e^{3 \sin(1/n)} - 1 - (3/n) - (9/2n^2)}.$$

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 3e^{3x} y^2(x) = 3e^{3x}, \\ y(\log \sqrt[3]{\pi/4}) = 1. \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{(\sinh x)^\alpha}{\sqrt[4]{x} \log(1+x^2)} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, strettamente decrescente e tale che $f(0) = 0$. Dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x f^2(t)t dt$$

ha un unico punto di minimo in $x_0 = 0$ e non ha flessi. Dimostrare, inoltre, che il valore minimo di F è negativo.

