ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Settembre 2012**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare il campo di esistenza D e gli evenutali asintoni della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{3x^2+2}{x-1} + 15 \log x\,.$$

---

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_{1/2}^{1} \frac{\left[\sinh(1-x)^{5/4}\right]^{8/15}}{\log\frac{1}{x} + (1-x)^{\alpha}}\, dx$$

esiste finito.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'(x)\sqrt{1+x^4} = -y(x)\frac{\sqrt{1+x^4}}{x} + \frac{3(\arctan x^2)^2}{\sqrt{1+x^4}}\,,$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} xy(x) = \frac{\pi^3}{8}\,.$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^{1/2n}\log n - \log n - \log(n^{1/2n})}{\log\left(n^{2[\sin(1/n)]^{3/5}}\right)}\,.$$

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(a) = f(b) = 2$. Dimostrare che esiste un punto $\xi \in (a,b)$ tale che $f'(\xi) = 0$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Settembre 2012**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare il campo di esistenza D e gli evenutali asintoni della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x^2+1}{2x-10} + 6\sin x\,.$$

---

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_1^2 \frac{\log(3-x)}{(2-x)^{2\alpha-1} + \left[\sin(2-x)^{7/2}\right]^{10/21}}\,dx$$

esiste finito.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'(x)\sqrt{1+x^2} = y(x)\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + \frac{8x(\arctan x)^3}{\sqrt{1+x^2}}\,,$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x} = \frac{\pi^4}{4}\,.$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log\left(n^{\frac{1}{4}[\tan(1/n)]^{2/3}}\right)}{\cos(1/n)\log n - \log n + \log(n^{1/2n^2})}\,.$$

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(a) = f(b) = -2$. Dimostrare che esiste un punto $\xi \in (a,b)$ tale che $f'(\xi) = 0$.