CALCOLO DIFF. e INT./Int. appello del 14 luglio 2006	cognome e nome firma

1. Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{[\arctan(x-1)]^\alpha}{(x^2+1)^{3-2\alpha}}\, dx\,.$$

esiste finito.

---

2. Sia $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = 4x^2y^2 - 2x^2 - \frac{x}{y} \qquad \text{dove} \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y \neq 0\}\,.$$

Stabilire che f ammette massimo e minimo assoluti nell'insieme chiuso e limitato $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 1 \leq x \leq 2\,,\ 2xy = 1\}$. Determinare gli estremanti assoluti di f in Γ utilizzando il metodo delle parametrizzazioni.

---

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = 3x^3 + 2y^2 + 6x\,.$$

Stabilire che f ammette massimo e minimo assoluti nell'insieme chiuso e limitato $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 = 1\}$. Determinare gli estremanti assoluti di f in Γ utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

Tempo:
2 ore