A N A L I S I - II modulo/ A 16 Aprile 2004	cognome e nome matricola

E1.

- Risolvere, per ogni $x \in I\!R$ ed al variare del parametro reale λ, la seguente equazione differenziale

$$y'(x) - \lambda y(x) = e^{\lambda x} \ .$$

- Determinare gli eventuali valori di λ per cui la soluzione $y(x)$ verifichi le condizioni

$$y(0) = y(1/\lambda) = 1 \ .$$

E2. Calcolare

$$\iint_D \cos^2(1 + x^2 + y^2) \ dx \ dy \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in I\!R^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq \pi - 1 \ , |x| \leq y\} \ .$$

E3. Sia data la serie di potenze

$$\sum_{k=0}^{+\infty} (k+1)^{j+1} (a_k)^j x^k \ ,$$

dove i coefficienti a_k sono definiti dalla relazione

$$e^x = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k \frac{3(k+1)^3}{(k+2)k!} x^k \ .$$

- Posto $j = 0$, determinare il raggio di convergenza.
- Posto $j = 0$, determinare l'insieme di convergenza puntuale e assoluta delle serie proposta.
- Posto $j = 1$, calcolare il raggio di convergenza della serie proposta.

D1. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{2 + x^2}{2 + y^2} \ , \\ y(1) = 1 \ , \end{cases}$$

verificare, senza risolvere, che ammette un'unica soluzione.

D2. Fornire un esempio di una funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$ discontinua in $(x_0, y_0) = (1, 1)$, motivando la risposta.

Tempo: 3 ore

A N A L I S I - II modulo/ B 16 Aprile 2004	cognome e nome	matricola

E1.

- Risolvere, per ogni $x \in I\!R$ ed al variare del parametro reale λ, la seguente equazione differenziale

$$y'(x) - (\lambda + 1)y(x) = e^{\lambda x} \ .$$

- Determinare gli eventuali valori di λ per cui la soluzione $y(x)$ verifichi le condizioni

$$y(0) = y(\lambda) = -1 \ .$$

E2. Calcolare

$$\iint_D \sin^2(2 + x^2 + y^2) \ dx \ dy \ ,$$

dove

$$D = \{(x, y) \in I\!R^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq \pi - 2 \ , -|x| \geq y\} \ .$$

E3. Sia data la serie di potenze

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^{j+1}} (a_k)^j x^k \qquad j = 0, 1 \ ,$$

dove i coefficienti a_k sono definiti dalla relazione

$$\log(1 + x) = \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \frac{(2k+1)}{k^2} x^k \ .$$

- Posto $j = 0$, determinare il raggio di convergenza.
- Posto $j = 0$, determinare l'insieme di convergenza puntuale e assoluta delle serie proposta.
- Posto $j = 1$, calcolare il raggio di convergenza della serie proposta.

D1. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{x^2 - 3}{1 + y^4} \ , \\ y(2) = -1 \ , \end{cases}$$

verificare, senza risolvere, che ammette un'unica soluzione.

D2. Fornire un esempio di una funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$ discontinua in $(x_0, y_0) = (-1, -1)$, motivando la risposta.

Tempo: 3 ore