A N A L I S I / A	cognome e nome	matricola
19 settembre 2002		

E1*. Determinare tutte le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $z - \overline{z} + 3\ \mathrm{Im}(z) = 1 + i\mathrm{Re}(z)$.

E2*. Determinare il dominio D e gli eventuali asintoti orizzontali, verticali, obliqui della funzione

$$f(x) = \frac{4x^2 - 3}{x - 4}.$$

E3*. Determinare il dominio D e i punti stazionari della funzione $f(x, y) = x \log y + x$.

E4*. Calcolare $\displaystyle\int \frac{5x}{6x^2 + 1}\, dx.$

E5. Determinare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n} + 2^{3n}}{10^n}$.

E6. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ della funzione

$$f(x) = \int_{x^2}^{x} \frac{\xi + 1}{1 + \sqrt{\xi}}\, d\xi, \quad x > 0.$$

E7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y''(t) = -2y(t) + \mathrm{e}^t \\ y(0) = 0\ ; \qquad y'(0) = 0\ . \end{cases}$

D1. Dare l'esempio di una funzione non negativa e pari, e verificare che l'esempio dato soddisfa le proprietà richieste.

D2. Stabilire, motivando la risposta, se la seguente funzione è continua in $(0, 1)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} |x| + y & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

D3. Dire se la seguente implicazione è vera (se sì dimostrandola, altrimenti fornendo un contresempio):

$$\left.\begin{array}{l} a_n > -3 \quad \forall n \\ \exists \lim\limits_{n\to\infty} a_n = a \end{array}\right\} \Longrightarrow a > -3.$$

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .

A N A L I S I / B 19 settembre 2002	cognome e nome	matricola

E1*. Determinare tutte le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $z^2 - |z|^2 + 3i\mathrm{Re}(z) = i.$

E2*. Determinarne il dominio D e gli eventuali asintoti orizzontali, verticali, obliqui della funzione

$$f(x) = \frac{3x^2 + 2}{x + 1}.$$

E3*. Determinare il dominio D e i punti stazionari della funzione $f(x, y) = \frac{x^2}{y} - y^2 - y.$

E4*. Calcolare $\displaystyle\int \frac{3x}{2x^2 + 3}\, dx.$

E5. Determinare la natura della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n} + 5^n}{6^n}.$

E6. Determinare l'ordine di infinitesimo/infinito per $x \to 0^+$ della funzione

$$f(x) = \int_{x^3}^{x} \frac{2}{1 + \sin(\xi)}\, d\xi, \quad x > 0.$$

E7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y''(t) = 3y(t) + e^t \\ y(0) = -\dfrac{1}{2}\ ; \qquad y'(0) = \dfrac{3}{2}\ . \end{cases}$

D1. Dare l'esempio di una funzione non negativa e periodica, e verificare che l'esempio dato soddisfa le proprietà richieste.

D2. Stabilire, motivando la risposta, se la seguente funzione è continua in $(0, 1)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + 2y - 1 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

D3. Dire se la seguente implicazione è vera (se sì dimostrandola, altrimenti fornendo un contresempio):

$$\left.\begin{array}{r} a_n < 2 \quad \forall n \\ \exists \displaystyle\lim_{n \to \infty} a_n = a \end{array}\right\} \Longrightarrow a < 2.$$

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .