

1. Sia assegnata in  $\mathbb{C}$  la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{e^n}{(n+1) \log n} (z-i)^n.$$

- a) Calcolare il raggio di convergenza di tale serie e determinare il cerchio di convergenza.
- b) Esibire almeno un insieme di convergenza totale.
- c) Studiare la convergenza di tale serie sul bordo del cerchio di convergenza.

2. Determinare la soluzione  $y(x)$  del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x^2 y''(x) + 2xy'(x) = 10(x+1) \\ y(2) = 1 \\ y'(2) = 1. \end{cases}$$

3. Calcolare

$$\iint_T \frac{y}{x} \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy,$$

dove  $T \subseteq \mathbb{R}^2$  è l'insieme definito da  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

4. Si consideri la funzione

$$f(z) = (\bar{z})^2 + |z|^2 \quad z \in \mathbb{C}.$$

- a) Stabilire se e dove  $f$  sia olomorfa;
- b) calcolare l'integrale di  $f$  dal punto  $P_1 = (1, 1)$  al punto  $P_2 = (2, 8)$  lungo
  - i) la cubica di equazione  $y = x^3$ ,
  - ii) il segmento di retta  $y = 7x - 6$ .

