ANALISI I (h. 2.30) Appello straordinario del **23 Marzo 2016**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE ☐

1. Data $f(x) = (\cos x)\log(3+\sin x)$, determinare la primitiva di f che vale $4\log 4$ nel punto $x_0 = \pi/2$.

---

2. Per $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la serie data da

$$\sum_{n=1}^{+\infty}[n^{2\alpha} + 2\log n + 4]\left(\sqrt[5]{1+\frac{3+n}{n^3+1}} - 1\right);$$

a) determinare il carattere della serie per $\alpha > 0$;
b) determinare il carattere della serie per $\alpha \leq 0$.

---

3. Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+3x)}{2x+x^2} & \text{se } x > 0, \\ \frac{1}{2}\sqrt{7+|x+2|} & \text{se } x \leq 0, \end{cases}$$

a) stabilire se essa è continua sul suo dominio;
b) stabilire se essa è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
c) stabilire se essa è derivabile in $x = 0$.

---

4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$2y''(x) + 7y'(x) - 4y(x) = 3e^x + 1 .$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni limitate per $x \to -\infty$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione strettamente crescente tale che $f(0) = 0$. Si consideri la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x f^3(t^2)\, dt .$$

Dimostrare che F è anch'essa strettamente crescente ed ha un flesso nell'origine.

ANALISI I (h. 2.30)	**TEMA B**
Appello straordinario del	Cognome e nome (in stampatello)
23 Marzo 2016	Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐
	Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Data $f(x) = (1+\tan^2 x)\log(2+\tan x)$, determinare la primitiva di f che vale $3\log 3$ nel punto $x_0 = \pi/4$.

---

2. Per $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la serie data da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} [n^\alpha + 3\log n + 2] \left(\sqrt[7]{1 + \frac{2+n^2}{n^5+4}} - 1 \right);$$

a) determinare il carattere della serie per $\alpha > 0$;
b) determinare il carattere della serie per $\alpha \leq 0$.

---

3. Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}\sqrt{1+|x-3|} & \text{se } x \geq 0, \\ \dfrac{\log(1-2x)}{-3x+2x^2} & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

a) stabilire se essa è continua sul suo dominio;
b) stabilire se essa è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
c) stabilire se essa è derivabile in $x = 0$.

---

4. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$2y''(x) - 7y'(x) - 4y(x) = 2\mathrm{e}^{-x} + 2\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni limitate per $x \to +\infty$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione strettamente decrescente tale che $f(0) = 0$. Si consideri la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_2^x f^3(t^2)\,dt\,.$$

Dimostrare che F è anch'essa strettamente decrescente ed ha un flesso nell'origine.