

COMPITO DI AUTOVALUTAZIONE

E1*. Determinare le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ tali che

$$(z - 2i)^5 = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}.$$

E2*. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^3 \left(1 - \cos \frac{\log n}{n}\right)}.$$

E3*. Calcolare

$$\int_1^e \frac{\log x}{\log(ex)} \frac{1}{x} dx.$$

E4*. Calcolare la derivata della funzione

$$f(x) = e^{\sin^2 x}.$$

E5. Data la funzione

$$f(x) = e^{\frac{|x-1|}{x}},$$

determinare campo di esistenza, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, monotonia, concavità e convessità e tracciarne un grafico qualitativo.

E6. Studiare, al variare del parametro reale α , la convergenza assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2 + n^2 \log n}{n^\alpha}.$$

Studiare poi la convergenza semplice.

E7. Stabilire se esiste finito il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{(x^2 + 5)\sqrt{|x^2 - 4|}} dx.$$

D1*. Stabilire se esiste il $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x} + \sin x)$.

D2. Data la funzione $F(x) = \int_2^{4x} \log(1 + t^2) dt$, stabilire se essa è derivabile in \mathbb{R} ed in caso affermativo, calcolarne la derivata.

D3. Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine, con centro in $x = 2$, della funzione

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right).$$