

1. Sia assegnata in \mathbb{R} la serie di potenze definita da

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{1+5^n} (x+1)^n.$$

- a) Calcolare il raggio di convergenza di tale serie.
b) Determinare l'insieme massimale di convergenza.

-
2. Determinare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - xy(x) = x^3 y^2(x) \\ y(0) = 1/4. \end{cases}$$

-
3. Calcolare

$$\iint_T \frac{y}{1+x^2+y^2} \cdot \frac{1}{x^2+y^2} dx dy,$$

dove $T \subseteq \mathbb{R}^2$ è l'insieme definito da $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$.

-
4. Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{\cos z}{(z-3i)^2} \quad z \in \mathbb{C}.$$

- a) Determinare insieme di definizione e di olomorfia di f .
b) Calcolare il residuo relativo agli eventuali poli di f .

