Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 27 gennaio 2009	**TEMA/A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$\mathrm{e}^{|z|}\mathrm{e}^{iRe(z)} = \mathrm{e}^4 \,,$$

tali che $|Re(z)| < 1$.

E2. Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(3x^2+4x^4) - \log(1+3x^2)}{(\arcsin x)^4} \,.$$

E3. Determinare massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione $f(x) = \mathrm{e}^x(-3\mathrm{e}^{2x}+2) = -3\mathrm{e}^{3x} + 2\mathrm{e}^x$, nell'insieme $(-\infty, \log\sqrt{2/3}]$.

D1. Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n \to 0^+$ per $n \to +\infty$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica corretta:

a) $\sum_n a_n$ converge; *b)* $\lim_n a_n^n = 0$;
c) $\lim_n \frac{a_n^2}{1/n} = 0^+$; *d)* $\sum_n \frac{1}{n a_n}$ converge.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

E4. Calcolare

$$\iint_E \frac{x^2 \sin\left(\log\sqrt{x^2+y^2}\right)}{y^2(x^2+y^2)} \, dx\, dy \,,$$

dove $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; 0 \le x \le y,\; 1 \le x^2+y^2 \le \mathrm{e}^{2\pi}\}$.

E5. Data $f(x,y) = 5x^2+4y^3+3xy-7$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'insieme $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; 0 \le x \le 1,\; 0 \le y \le x\}$.

E6. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{1}{x^2}y(x) + 3x\mathrm{e}^{x^2-1/x}\,, \\ \\ y(1) = 3/2\,. \end{cases}$$

Stabilire, inoltre, se la soluzione $y(x)$ è prolungabile con continuità in $x = 0$.

D2. Sia $f(x) = \mathrm{e}^{-x}g(x)$, dove $g \in \mathcal{C}^0([1,+\infty))$ è una funzione non negativa. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

$a)$ $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge $\Longleftrightarrow$ g è limitata;
$b)$ $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge $\Longrightarrow$ g è limitata;
$c)$ $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge $\Longleftarrow$ $g(x) \to 0^+$ per $x \to +\infty$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Spazio riservato alla commissione	$E1.$		$E2.$		$E3.$		$D1.$			
	$E4.$		$E5.$		$E6.$		$D2.$		totale	

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 27 gennaio 2009	**TEMA/B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{|z|}e^{iIm(z)} = e^2 i\,,$$

tali che $0 < Im(z) < 2$.

E2. Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{19(\tanh x^2)^4}{\tan(8x^4+2x^8)+\cos(4x^2)-1}\,.$$

E3. Determinare massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione $f(x) = 16\log x - 3\log^3 x$, nell'insieme $(0,1]$.

D1. Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n \to +\infty$ per $n \to +\infty$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica corretta:

$a)$ $\lim_n \frac{n}{a_n^2} = 0^+$; $b)$ $\sum_n \frac{a_n}{n^2}$ converge;

$c)$ $\sum_n \frac{1}{a_n}$ converge; $d)$ $\lim_n \left(\frac{1}{a_n}\right)^n = 0^+$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

E4. Calcolare

$$\iint_E \frac{y e^{\sqrt{x^2+y^2}}\cos\left(e^{\sqrt{x^2+y^2}}\right)}{x\sqrt{x^2+y^2}}\,dx\,dy\,,$$

dove $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; 0\le y\le x,\; \log^2(\pi/2)\le x^2+y^2\le 1\}$.

E5. Data $f(x,y) = 4x^4+3y^2+5xy-8$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'insieme $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; -1\le x\le 0,\; x\le y\le 0\}$.

E6. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{1}{x} y(x) + 2\log^3(x^2)\,, \\ \\ y(1) = 0\,. \end{cases}$$

Stabilire, inoltre, se la soluzione $y(x)$ è prolungabile con continuità in $x = 0$.

D2. Sia $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} g(x)$, dove $g \in \mathcal{C}^0((0,1])$ è una funzione non negativa. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) $\int_0^1 f(x)\,dx$ converge $\Longrightarrow g(x) \to 0^+$ per $x \to 0^+$;
b) $\int_0^1 f(x)\,dx$ converge $\Longleftarrow g$ è limitata;
c) $\int_0^1 f(x)\,dx$ converge $\Longleftrightarrow g(x) \to 0^+$ per $x \to 0^+$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Spazio riservato alla commissione	$E1.$		$E2.$		$E3.$		$D1.$		
	$E4.$		$E5.$		$E6.$		$D2.$		totale

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐	**TEMA/C**
ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐	Cognome e nome (in stampatello)
Appello del 27 gennaio 2009	Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{|z|}e^{iRe(z)} = e^5 i\,,$$

tali che $0 < Re(z) < 2$.

E2. Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1-\cos(2x) - 2\tan(x^2+2x^4)}{\sinh(7x^4)}\,.$$

E3. Determinare massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione $f(x) = 2\log^2 x - 25\log^4 x$, nell'insieme $(0,1]$.

D1. Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n \to +\infty$ per $n \to +\infty$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica corretta:

$a)$ $\lim_n \left(\frac{1}{a_n}\right)^n = 0^+$; $\qquad b)$ $\sum_n \frac{1}{a_n}$ converge;

$c)$ $\lim_n \frac{n}{a_n^2} = 0^+$; $\qquad d)$ $\sum_n \frac{a_n}{n^2}$ converge.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

E4. Calcolare

$$\iint_E \frac{x e^{\sqrt{x^2+y^2}} \sin\left(e^{\sqrt{x^2+y^2}}\right)}{y\sqrt{x^2+y^2}}\,dx\;dy\,,$$

dove $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; 0\le x\le y,\; \log^2(\pi/3)\le x^2+y^2\le 1\}$.

E5. Data $f(x,y) = 8 - 3x^4 - 6y^2 - 3xy$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'insieme $E = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;:\; -1\le x\le 0,\; -1\le y\le x\}$.

E6. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{1}{x} y(x) + \log^2(x^3)\,, \\ \\ y(1) = 0\,. \end{cases}$$

Stabilire, inoltre, se la soluzione $y(x)$ è prolungabile con continuità in $x = 0$.

D2. Sia $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} g(x)$, dove $g \in \mathcal{C}^0((0,1])$ è una funzione non negativa. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) $\int_0^1 f(x)\,dx$ converge $\Longrightarrow g(x) \to 0^+$ per $x \to 0^+$;
b) $\int_0^1 f(x)\,dx$ converge $\Longleftrightarrow g(x) \to 0^+$ per $x \to 0^+$;
c) $\int_0^1 f(x)\,dx$ converge $\Longleftarrow g$ è limitata.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$	
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale

Analisi I - 12 CFU (h. 2.30) ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 27 gennaio 2009	**TEMA/D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea: Informatica ☐ Automatica ☐

Barrare la casella corrispondente all'esame ed al corso di laurea di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **NON** devono svolgere gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure 5+5 **NON** devono svolgere gli esercizi E1/E5/D1.

E1. Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{|z|}e^{iIm(z)} = e^9 \, ,$$

tali che $|Im(z)| < 1$.

E2. Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(\arctan x)^8}{3\log(1+x^4) - \sin(3x^4+x^8)} \, .$$

E3. Determinare massimi e minimi relativi ed assoluti della funzione $f(x) = e^x(-27 + \frac{1}{4}e^{3x}) = -27e^x + \frac{1}{4}e^{4x}$, nell'insieme $(-\infty, \log(3\sqrt[3]{4})]$.

D1. Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $a_n \to 0^+$ per $n \to +\infty$. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica corretta:

$a)$ $\lim_n \frac{a_n^2}{1/n} = 0^+$; $\qquad b)$ $\sum_n a_n$ converge;

$c)$ $\sum_n \frac{1}{na_n}$ converge; $\qquad d)$ $\lim_n a_n^n = 0$.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

E4. Calcolare

$$\iint_E \frac{y^2 \cos\left(\log\sqrt{x^2+y^2}\right)}{x^2(x^2+y^2)} \, dx \, dy \, ,$$

dove $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \le y \le x, \ 1 \le x^2+y^2 \le e^\pi\}$.

E5. Data $f(x,y) = 7 - 4x^2 - 5y^3 - 2xy$, determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo nell'insieme $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 \le x \le 1, \ x \le y \le 1\}$.

E6. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{2}{x^2} y(x) + 4x e^{x^2 - 2/x}\,, \\ \\ y(1) = 1\,. \end{cases}$$

Stabilire, inoltre, se la soluzione $y(x)$ è prolungabile con continuità in $x = 0$.

D2. Sia $f(x) = e^{-x} g(x)$, dove $g \in \mathcal{C}^0([1, +\infty))$ è una funzione non negativa. Stabilire quale delle seguenti affermazioni è l'unica esatta:

a) $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge $\Longleftarrow g(x) \to 0^+$ per $x \to +\infty$;
b) $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge $\Longrightarrow g$ è limitata;
c) $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge $\Longleftrightarrow g$ è limitata.

Fornire un controesempio per ciascuna delle affermazioni errate.

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$	
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale